

Sujet zéro



Inspection de l'Enseignement Agricole

Diplôme:
Baccalauréat Professionnel
Toutes spécialités

Epreuve :
Culture scientifique et technologique
Mathématiques

Définition de l'épreuve
(référence : Arrêté de diplôme et Note de service DGER/SDPOFE/N2010-2118
du 06 septembre 2010)

L'épreuve vérifie la capacité C4. Elle est affectée d'un coefficient 4.

Pour les candidats bénéficiant du CCF, elle se compose :

- d'une épreuve ponctuelle terminale écrite de deux heures, affectée du coefficient 1,5. La correction est effectuée par les enseignants de mathématiques,
- de 3 CCF affectés du coefficient 2,5.

Pour les candidats hors CCF, elle se compose d'une épreuve ponctuelle terminale écrite en deux parties de 2 heures chacune :

- une partie affectée du coefficient 2, dont la correction est effectuée par les enseignants de mathématiques.
- une partie affectée du coefficient 2, dont la correction est effectuée par les enseignants de physique-chimie et de biologie-écologie.

EPT E4 Mathématiques

Cette épreuve ponctuelle terminale est commune à tous les candidats.

Elle est définie au regard de la capacité C4.1. « Résoudre des problèmes en mobilisant des outils et des raisonnements mathématiques » s'appuyant sur les connaissances, les savoirs et savoir-faire développés dans l'objectif 1 du module MG4.

Le sujet est constitué d'exercices en nombre limité qui peuvent prendre des formes diverses (QCM, vrai-faux, exercice de synthèse,).

Libellé du sujet

Durée : 2 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Les annexes sont à rendre avec la copie

Exercice 1..... 10 points

Exercice 2..... 10 points

EXERCICE 1

Pour un contrôle qualité dans une usine de production de haricots verts en conserve, on effectue la pesée d'un lot de 24 boîtes prises au hasard dans la chaîne de fabrication.

Les résultats (en g) sont les suivants :

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 440 | 441 | 440 | 445 | 460 | 450 |
| 380 | 390 | 392 | 396 | 402 | 426 |
| 479 | 463 | 453 | 458 | 388 | 422 |
| 444 | 443 | 469 | 446 | 381 | 391 |

L'étiquette de la boîte indique que la masse est de 440 g.

(Après avoir entré toutes les valeurs de cette série dans une calculatrice, il faut penser à vérifier l'exactitude de ses entrées)

Partie A :

- 1) Déterminer la masse médiane de cette série que représente le lot de boîtes.
- 2) Quelle est la signification de cette masse médiane ?
- 3) Déterminer la masse moyenne \bar{x} , ainsi que l'écart type σ de cette série statistique. (Vous arrondirez les résultats à 10^{-1}). *Le détail des calculs n'est pas demandé.*

On considère que la qualité de fabrication est convenable si 80% des boîtes appartiennent à l'intervalle : $I = [\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$.

4) Démarche graphique.

En utilisant l'intervalle I égal à $[400 ; 460]$ et en vous servant du graphique de l'**annexe 1**, peut-on dire que le lot est convenable ? Justifier la réponse.

5) Démarche numérique

- a. Calculer les bornes de cet intervalle I à 10^{-3} .
- b. Pour arrondir les bornes à l'unité, expliquer votre choix : par excès ou par défaut ?
- c. Donner l'intervalle J avec des bornes arrondies à l'unité.
- d. Quel est le pourcentage de boites appartenant à cet intervalle.
- e. Le lot est-il convenable ?

Partie B :

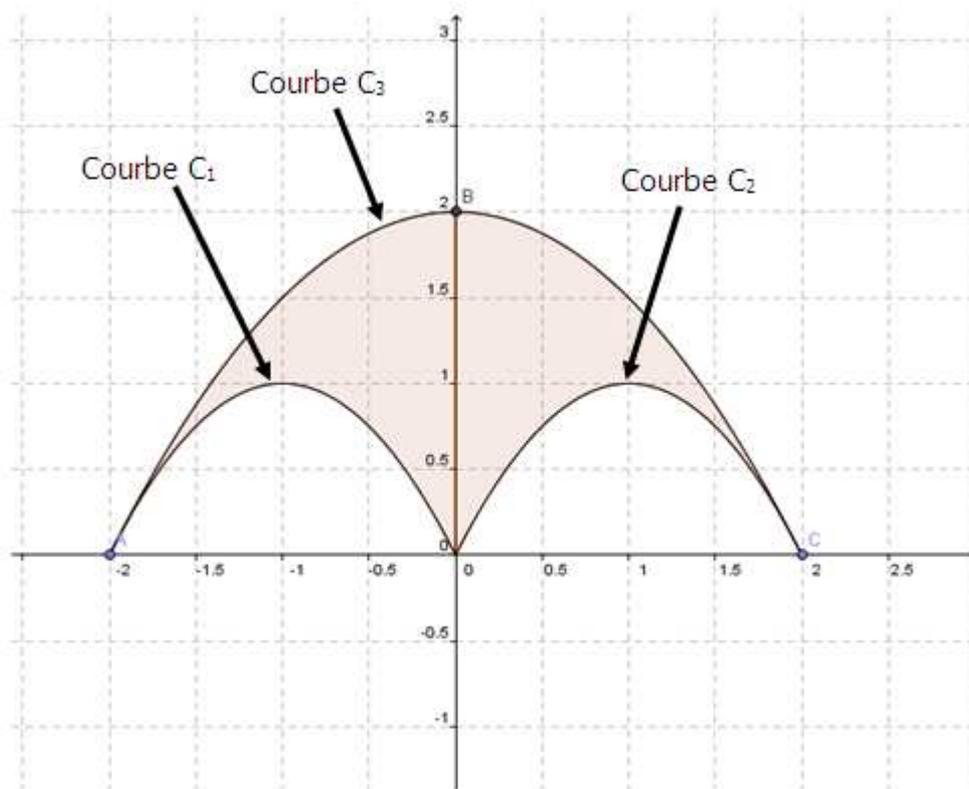
On choisit une boite au hasard dans cet échantillon.

- 1) Déterminer la probabilité de prendre une boite dont la masse est inférieure à 394 g.
- 2) L'utilisation de la calculatrice vous permet-elle de proposer directement la solution ?
- 3) Quelle est la probabilité de prendre une boite dont la masse est supérieure ou égale à la masse indiquée sur l'étiquette ?
- 4) Sachant que la boite choisie a une masse supérieure ou égale à 440 g, quelle est la probabilité que cette boite ait une masse correspondant exactement à la masse indiquée sur la boite ?

EXERCICE 2

Partie A :

Pour la conception d'un nouveau cerf-volant, un bureau d'études propose le modèle dont la représentation est donnée ci-dessous :



Ce cerf volant est modélisé par l'association de trois morceaux de paraboles.

La surface grisée représente la toile du cerf-volant.

L'aire comprise entre l'axe des abscisses et la courbe C_1 est la même que celle comprise entre l'axe des abscisses et la courbe C_2 .

1) Le domaine D_3 correspond à la surface délimitée par :

- l'axe des abscisses,
- la courbe C_3 d'équation : $y = f(x)$ où $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ et $x \in [-2; 2]$,
- la droite d'équation $x = -2$,
- la droite d'équation $x = 2$.

a. Hachurer la surface D_3 correspondante sur l'**annexe 2** (à rendre avec la copie).

b. Soit F , la fonction définie sur l'intervalle $[-2; 2]$ par : $F(x) = -\frac{1}{6}x^3 + 2x$.

Montrer que F est une primitive de la fonction f .

c. Déterminer l'aire D_3 .

2) Déterminer la valeur de l'aire D_2 comprise entre la courbe C_2 d'équation $y = -x^2 + 2x$, l'axe des abscisses et les droites d'équation, $x = 0$ et $x = 2$.

- 3) Exprimer l'aire A_{cv} du cerf-volant en fonction des domaines D_1 , D_2 et D_3
- 4) Montrer que l'aire du cerf-volant est d'environ $2,7 \text{ m}^2$. Donner la valeur à 10^{-2} près sachant que sur ce schéma, on a pris pour unité :

$$\begin{cases} \text{En abscisse } 1 \text{ m par unité} \\ \text{En ordonnée } 1 \text{ m par unité} \end{cases}$$

Partie B :

Afin de réaliser ce cerf-volant, le bureau d'études commande de la toile. Pour la livraison, il a le choix entre le transport ferroviaire et le transport routier.

Pour un nombre de kilomètres parcourus x , le coût C_F , en euros, du transport routier d'une tonne de toile est donné par la relation :

$$C_F = 0,1x + 630$$

Le coût C_R , en euros, du transport ferroviaire d'une tonne de toile est donné par la relation :

$$C_R = 200\ln(x) - 600$$

La différence de coût entre les deux modes de transport est modélisée par la fonction :

$$f(x) = 200\ln(x) - 0,1x - 1230 \text{ définie sur l'intervalle } [250 ; 5000]$$

En vous servant de l'**annexe 3**

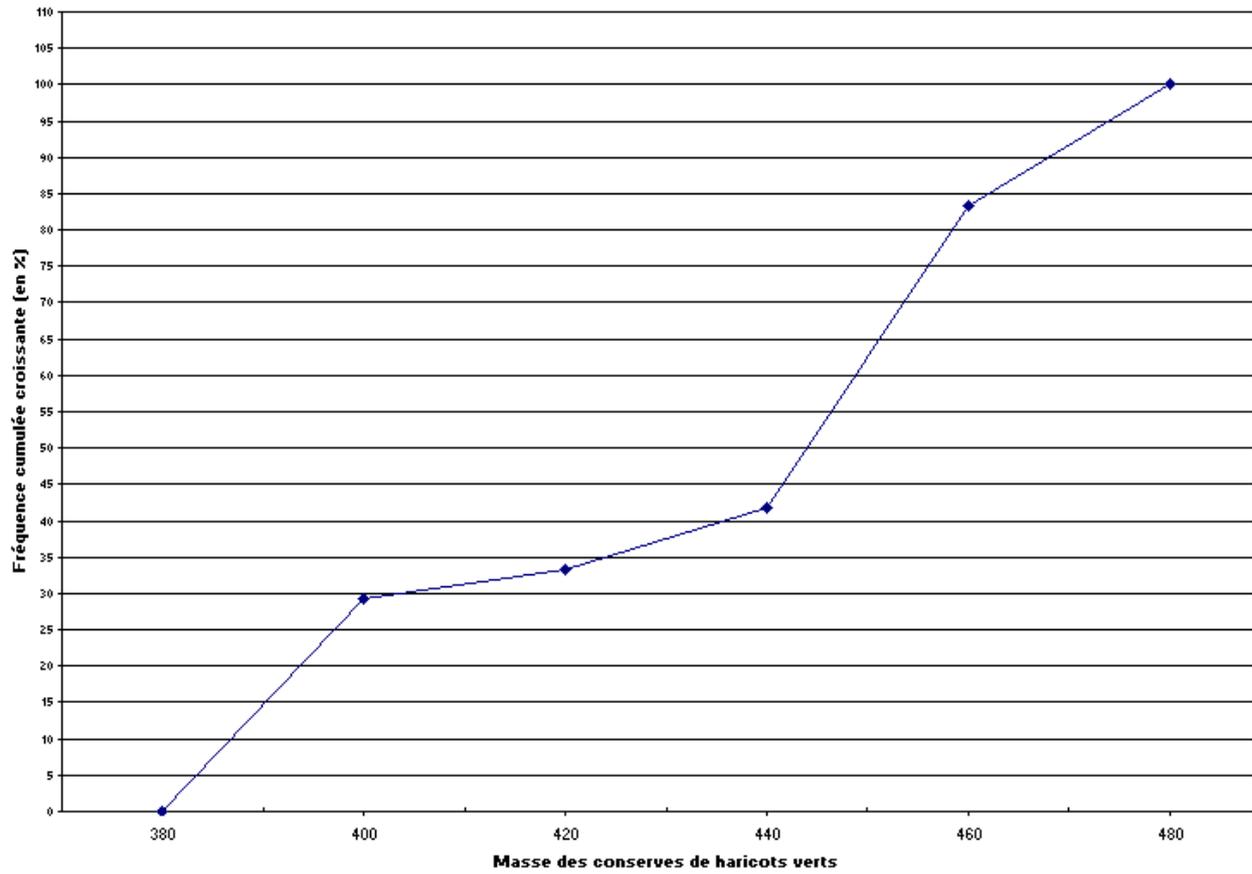
- 1) Indiquer les variations de cette fonction sur $[250 ; 5000]$.
- 2) Dresser le tableau de variation de cette fonction à l'aide de l'annexe 3 et de votre calculatrice graphique.
- 3) Montrer que $f'(x) = \frac{200 - 0,1x}{x}$ sur $[250 ; 5000]$, f' étant la fonction dérivée de f
- 4) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[250 ; 5000]$
- 5) Le résultat est-il en accord avec le tableau de variation de la question **b)**
- 6) En vous servant de l'**annexe 3**, donnez la signification des points d'intersection de la courbe de f et de l'axe des abscisses ?

Données :

| $f(x)$ | $F(x)$ | $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|-----------------------------------|----------|---------------|
| x | $\frac{x^2}{2} + k$ | $ax + b$ | a |
| ax^n | $\frac{a \cdot x^{n+1}}{n+1} + k$ | x^n | nx^{n-1} |
| | | $\ln(x)$ | $\frac{1}{x}$ |
| Si F est une primitive de f sur $[a ; b]$: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ | | | |

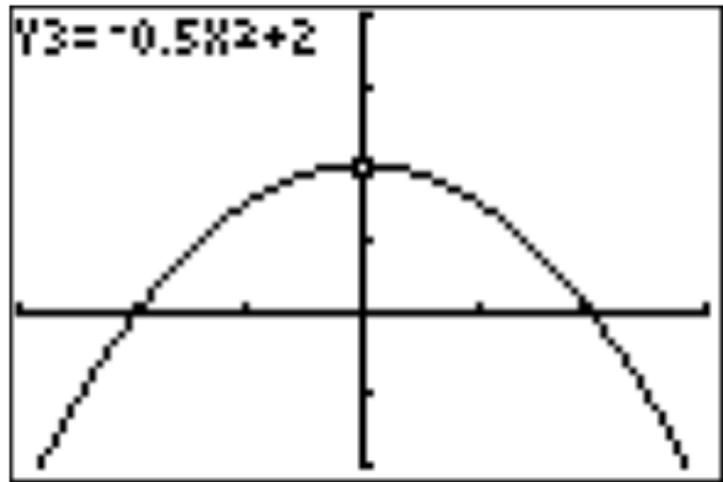
Annexe 1

Polgone des Fréquences (en %)



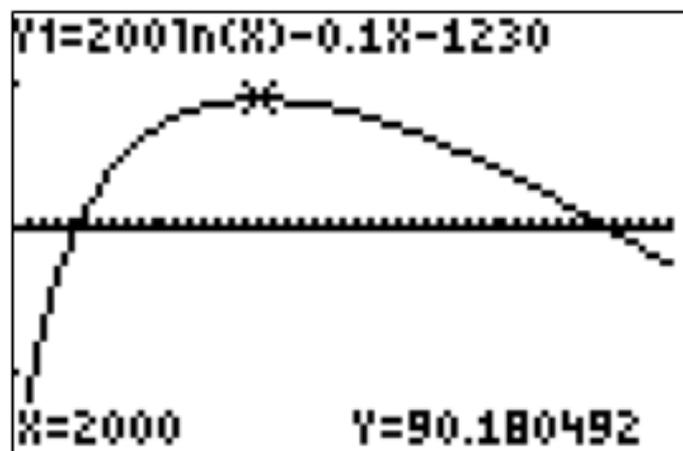
Annexe 2

```
FENETRE
Xmin=-3
Xmax=3
Xgrad=1
Ymin=-2
Ymax=3
Ygrad=1
Xres=1
```



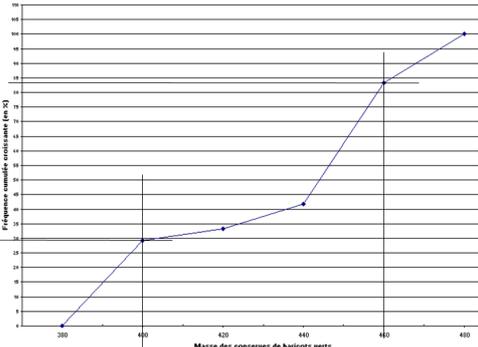
Annexe 3

```
FENETRE
Xmin=250
Xmax=5000
Xgrad=100
Ymin=-150
Ymax=150
Ygrad=100
Xres=1
```

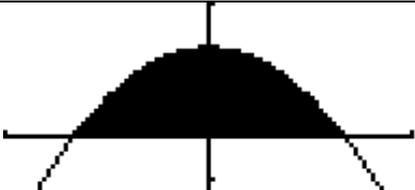
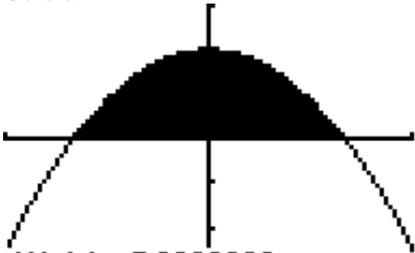
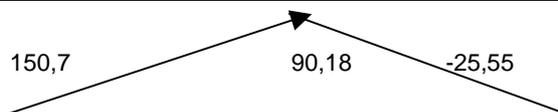
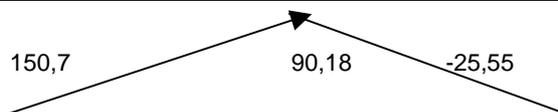
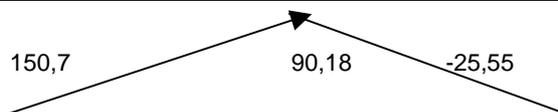


Grille d'évaluation – Indications de correction

EXERCICE 1 (10 points)

| | Indications de correction | Barème |
|--------------|---|------------|
| A 1 | Valeur médiane 440,5 g | 0,5 |
| A.2 | La moitié des boites font plus de 440,5 g | 0,5 |
| A 3 | Moyenne = 429,125 g Ecart Type = 30,29 g | 1 |
| A 4 |  <p>soit 54 % Non car inférieur à 80 %</p> | 1 |
| A.5 a | $J = [398,833 ; 459,417]$ | 1 |
| A.5 b | Le but de la question est de vérifier si 80% des boites appartiennent à l'intervalle calculé. Il est nécessaire de choisir un intervalle plus petit que $I = [\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$ pour obtenir un résultat sûr. J doit être inclus dans I. Il faut donc arrondir par excès la borne inférieure et par défaut la borne supérieure. | 1 |
| A.5 c | $J = [399 ; 459]$ | 0,5 |
| A.5 d | 54,2 % | 1 |
| A.5 e | Non. | 0,5 |
| B 1 | $P(\text{moins } 394\text{ g}) = \frac{6}{24} = 0,25$ | 0,5 |
| B 2 | 394 g correspond au premier quartile. Il y a donc 25% des boites dont la masse est inférieure à 394 g ; d'où une probabilité de 0,25 d'obtenir une boite dont la masse est inférieure à 394g. | 0,5 |
| B 3 | $P(\text{supérieur à } 440\text{ g}) = \frac{14}{24} = 0,58$ | 1 |
| B 4 | $P(\text{masse} = 440\text{ g} / \text{masse} \geq 440\text{ g}) = \frac{2}{14} = 0,14$ | 1 |

EXERCICE 2 (10 points)

| | Indications de correction | Barème | | | | | | | | | | | | |
|------------------|---|--------|------|------|------|------------------|---|---|---|----------------|--|--|--|---|
| A.1.a |  | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| A. 1. b | $F'(x)=f(x)$ donc F est une primitive de f | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| A.1.c. | <p>$D3 = 2(F(2) - F(0))$ $D3 = 16 /3 = 5,33$ u.a.</p> <p>Ou bien</p>  <p>$\int f(x)dx=5,3333333$</p> | 1 | | | | | | | | | | | | |
| A.2 | $\int_0^2 (-x^2 + 2x)dx = \frac{4}{3} \approx 1,33$ u.a. ou calculatrice | 1 | | | | | | | | | | | | |
| A.3 | Aire cerf volant $A_{CV} = D3 - (D2+D1) = 2,67$ u.a. | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| A.4 | 2,67 u.a. soit 2,7 m ² | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| B.1 | Croissante sur [250 ;2000] puis décroissante [2000 ;5000] | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| B.2 | <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">250</td> <td style="text-align: center;">2000</td> <td style="text-align: center;">5000</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Signe de $f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Variation de f</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">  </td> </tr> </table> | x | 250 | 2000 | 5000 | Signe de $f'(x)$ | + | 0 | - | Variation de f |  | | | 2 |
| x | 250 | 2000 | 5000 | | | | | | | | | | | |
| Signe de $f'(x)$ | + | 0 | - | | | | | | | | | | | |
| Variation de f |  | | | | | | | | | | | | | |
| B.3 | $f'(x) = 200 \times \frac{1}{x} - 0,1 = \frac{200}{x} - \frac{0,1x}{x} = \frac{200 - 0,1x}{x}$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| B.4 | <p>La dérivée est de la forme $\frac{N}{D}$ avec $D>0$ donc le signe de la dérivée ne dépend que de N.</p> <p>Signe de N :</p> <p>$200 - 0,1x \geq 0$ si $x \leq 2000$</p> <p>Donc, la dérivée est négative si : $250 < x < 2000$</p> <p>et positive si : $2000 < x < 5000$.</p> | 1 | | | | | | | | | | | | |
| B.5 | Donc en accord avec le tableau de variation. | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| B.6 | Ces deux points nous indiquent les distances pour lesquelles les tarifs sont identiques entre les deux modes de transport. | 1 | | | | | | | | | | | | |