Document d'accompagnement thématique

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE ET DE LA SOUVERAINETÉ ALIMENTAIRE
Liberté
Égalité
Fraternité

Inspection de l'Enseignement Agricole

Diplôme:
BTSA ACS'AGRI : Analyse, Conduite et Stratégie de l'entreprise agricole

Thème : Exemples d'utilisation des mathématiques dans des situations favorisant l'acquisition de capacités.

Commentaires, recommandations pédagogiques

L'enseignement des mathématiques doit contribuer, notamment en lien avec les disciplines professionnelles, à l'acquisition des capacités :

C4.1 – Evaluer la performance globale d'un système biotechnique

C4.2 – Ajuster, dans un contexte de transitions, la conduite d'un système de culture

C4.3 – Ajuster, dans un contexte de transitions, la conduite d'un système d'élevage

C5.3 – Estimer les conséquences économiques, sociales, juridiques et financières de la mise en œuvre d'un projet.

L'enseignant veille à s'appuyer sur les acquis des élèves, sur des situations professionnelles concrètes diversifiées, observées ou vécues. Ce peut être par exemple, lors des périodes de formation en milieu professionnel, lors d'activités pluridisciplinaires pour approfondir des outils mathématiques déjà connus, puis en développer de nouveaux, principalement dans le but de répondre à des problématiques professionnelles. La mobilisation de ces outils dans le cadre de la résolution de problèmes concourt à l'obtention des capacités professionnelles susvisées. Cela donne du sens, puis montre l'importance de mobiliser de nouveaux outils mathématiques au service de l'acquisition des capacités professionnelles.

L'enseignement des mathématiques est intégratif et l'articulation avec ce qui est fait dans les disciplines professionnelles est un appui qui permet d'ancrer durablement les apprentissages. Les contextes doivent varier en fonction des situations techniques et provenir de ressources multiples : Insee, Agreste, la statistique agricole (agriculture.gouv.fr), data.gouv.fr, CANARI-FRANCE (pour les données de scenarios climatiques), documentations des chambres d'agriculture, résultats issus de projets, …

Les progressions construites par l'enseignant de mathématiques en collaboration avec les enseignants de disciplines professionnelles doivent être en cohérence avec les attentes didactiques et pédagogiques de chaque discipline. En outre, l'articulation avec l'enseignement des TIM sera précisée dans ce document à l'aide d'un surlignage grisé.

La résolution de problèmes demande de mobiliser des techniques calculatoires. Les calculs, pour une grande partie, peuvent être délégués à un outil de calcul numérique (calculatrice, tableur, logiciel de calcul, …). Il ne s'agit pas ici de développer une virtuosité technique mais plutôt de se positionner comme observateur et de se questionner sur les processus mathématiques mis en œuvre dans le domaine professionnel avec comme finalité la prise de décision. La recherche de réponses amène naturellement à élaborer des démarches, mener des calculs à l'aide d'un outil adapté, s'assurer de la cohérence de résultats et prendre des décisions.

L'institutionnalisation des notions, phase indispensable dans le processus d'apprentissage, a pour but d'expliciter les savoirs et les savoir-faire qui ont été mobilisés pendant la séance ou séquence, de donner des repères simples aux apprenants pour ensuite les utiliser dans des contextes différents. Ce temps doit être court et synthétique. Les développements théoriques sont réduits à l'essentiel et toujours présentés dans un cadre contextualisé.

Les situations développées dans ce document ne couvrent pas la totalité du référentiel mais illustrent l'esprit dans lequel l'enseignement des mathématiques doit être mis en œuvre.

Des mathématiques transversales à tous les blocs de compétences.

L'acquisition des capacités professionnelles demande d'aborder de nouvelles notions qui s'appuient de façon implicite sur des connaissances mathématiques vues dans les classes antérieures du collège et du lycée. Certaines difficultés d'apprentissage de ces nouveaux concepts proviennent d'un manque de maîtrise de ces prérequis. Il est indispensable d'y consacrer régulièrement du temps afin de réactiver et consolider ces savoirs sans entrer dans un schéma de révision. Le choix de réinvestir les notions transversales suivantes est décidé en fonction de la progression choisie et définie en cohérence avec les disciplines professionnelles :

- Proportion, pourcentage et proportionnalité.
- Sens des opérations, application de formules, représentation graphique de fonctions et exploitation graphique.
- Représentations de diagrammes statistiques pertinents, interprétation et utilisation d'indicateurs statistiques.
- Probabilités élémentaires, lien entre fréquences et probabilités, arbres de probabilités.

Afin que les apprenants soient aguerris aux pratiques calculatoires élémentaires favorisant l'acquisition des capacités, des automatismes mathématiques doivent être développés par un travail continu, afin d'obtenir une aisance suffisante. La pratique de l'ensemble de ces items doit être très régulière, principalement sur des situations en lien avec les réalités professionnelles.

Au-delà d'une pratique dans toutes les activités de la classe, il est aussi important d'entretenir ces automatismes par des rituels de début de séance, très régulièrement sur l'ensemble des deux années, sous forme de « questions flash » privilégiant l'activité mentale avec un recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies fondamentales dans la pratique professionnelle. Cela ne doit pas faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures. Cette pratique, propre à chaque enseignant, doit s'adapter aux besoins propres des métiers visés et au profil de la classe.

Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs mais donnent une orientation de ce qui peut être fait.

Parmi eux, certains peuvent être propices au calcul mental.

- Sens des opérations qui permet d'effectuer des calculs courants.
- Calcul d'une moyenne, une moyenne pondérée.
- Passage d'une proportion (1/2, 3/4, 1/5, …) à un pourcentage (50%, 75%, 20%, …) et inversement.
- Calcul de pourcentages, calcul de prix TTC à partir d'un prix HT et inversement, avec des taux de TVA différents.
- Lien entre augmentation et diminution en pourcentage avec coefficient multiplicateur et les utiliser en situation.
- Comparaison en situation de proportions et de pourcentages.
- Application de formules et détermination de la valeur numérique d'une grandeur connaissant les autres.
- Calculs géométriques simples s'appuyant sur les objets géométriques élémentaires : rectangle, carré, triangle, cube, pavé, cylindre.
- Conversions de mesures et capacités usuelles (cm^3 en L, ha en km² ou m², mm de pluie en L/m², …)
- Reconnaissance graphique des fonctions de référence, en décrire les variations et les extremums.
- Choix d'une représentation graphique adaptée pour représenter des données, des proportions ou des pourcentages (graphique, diagramme circulaire, semi-circulaire, diagramme en bâton ou en barres, barres empilées, …).
- Inversement, interprétation de diagrammes et retrouver des données statistiques à partir de représentations.

Les outils numériques doivent être intégrés à l'enseignement des mathématiques. Ils apportent une plus-value permettant d'aborder de véritables problèmes issus des situations professionnelles. L'usage des outils numériques tels que le tableur, les logiciels de traitement de données statistiques comme **R** et l'interface **RStudio** (logiciels libres et gratuits), de sondage, de cartographie, … doit être pensé dans l'optique de résoudre des problèmes qui n'auraient pas été accessibles sans. La maîtrise de ces outils numériques n'est pas un but en soi dans l'enseignement des mathématiques, ils outillent la prise de décision. La calculatrice reste aussi un outil facilement mobilisable en classe. Cela n'est pas contradictoire avec une pratique du calcul mental régulière mais raisonnée, la réflexion sur les ordres de grandeurs, les unités obtenues pour permettre un regard critique sur les résultats.

Bibliographie pour l'usage du logiciel R :

Statistiques générales pour utilisateurs et **Statistiques avec R** de Jérôme PAGES et François HUSSON

- **<u>Identification et traitement de données pour produire des indicateurs</u>**

Réalisation d'une modélisation simple en construisant un ajustement affine

L'objectif de ces modélisations vise la recherche d'indicateurs faciles à mesurer et fiables dans le sens où ils permettent de prédire un résultat plus complexe à appréhender. Par exemple, les degrés Brix du raisin permettent de prévoir le degré alcoolique du vin, la taille des poissons en élevage d'estimer le poids.
L'ajustement affine doit être abordé dans un premier temps de manière intuitive, « au jugé ».
C'est l'occasion de réinvestir, dans un contexte qui le justifie, les acquis sur les équations de droite en cohérence avec la pratique des automatismes. La subjectivité de ce type d'ajustement conduit à la nécessité d'établir un critère sur le choix d'un ajustement (points extrêmes, droite de Mayer...). Le principe de l'ajustement par la méthode des moindres carrés est justifié comme critère de minimisation des écarts entre les valeurs observées et prédites ; il doit être illustré à l'aide d'un outil numérique. Des situations issues de la vie économique, courante ou de la spécialité du diplôme sont exploitées pour des études d'ajustement.

<u>Exemple</u> :

Lorsqu'un lot de semences de blé dur a subi d'importants chocs mécaniques, sa faculté germinative peut être grandement affectée. À partir d'une étude réalisée sur des lots sains, on cherche à expliquer la perte de la faculté germinative en fonction du pourcentage de grains à embryon sectionnés.
Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau suivant :

x_i : pourcentage de grains avec embryon sectionné	0,3	0,7	3,3	4	8,5	14,7	16,5	16,9
y_i : faculté germinative du lot (%)	97	89,8	75	66,8	51,7	31,1	30,8	25,1

(Données issues du sujet BTSA session Antilles Guyane 2021)

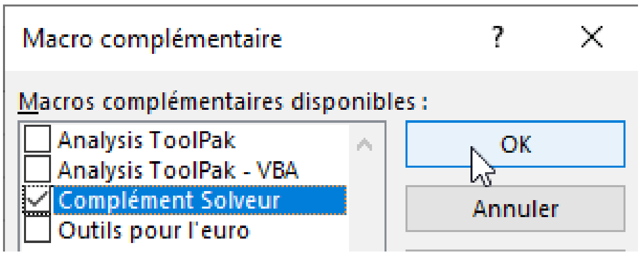
Dans un premier temps, les équations des droites « au jugé » peuvent être comparées entre elles puis avec celles pour lesquelles on pose un critère.

La fonction Solveur du tableur permet de déterminer des valeurs pour des paramètres dans le cadre d'une valeur « cible » recherchée et qui dépend de ces paramètres. Cette fonctionnalité permet de rendre opérationnel des outils d'aide à la décision (OAD) dont l'enseignement en TIM en fait un axe fort. L'enseignant peut se référer au document d'accompagnement thématique de TIM.

Dans cette situation, on cherche à minimiser la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées et les valeurs prédites par un modèle linéaire.

Sur EXCEL (version 2010 et suivantes), il faut paramétrer le Solveur
Fichier – Options – Compléments – Atteindre et sélectionner **Complément Solveur**. Il apparaît alors disponible à droite dans l'onglet Données

Sur LibreOffice (version 5 et suivantes), il est disponible dans **Outils – Solveur**



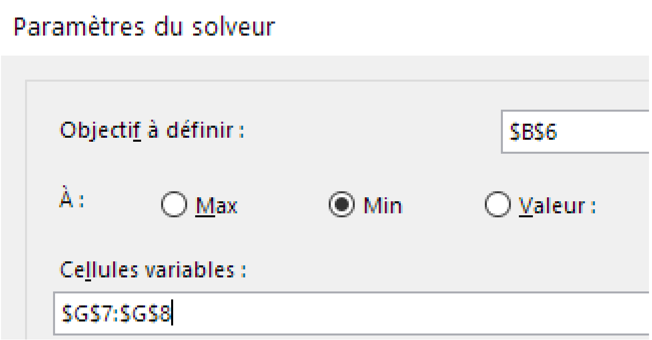
Attribuant des paramètres « au hasard » à **a** et **b** on calcule les y_i estimés, notés $\hat{y}_i$ avec ces paramètres dynamiques.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	xi : pourcentage de grains avec embryon sectionné	0,3	0,7	3,3	4,0	8,5	14,7	16,5	16,9
2	yi : faculté germinative du lot (%)	97,0	89,8	75,0	66,8	51,7	31,1	30,8	25,1
3	faculté germinative estimée : y^i	1,3	=$G$6*D1+$G$7			9,5	15,7	17,5	17,9
4	carrés des écarts: (yi-y^i)²	9158,49	7761,61	4998,49	3819,24	1780,84	237,16	176,89	51,84
5	Somme	27984,6							
6						a=	1		
7						b=	1		

L'utilisation de l'outil Solveur fait apparaître la fenêtre ci-contre :
On sélectionne la cellule B5 qui est l'objet défini à minimiser, en tenant compte des cellules variables G6 et G7. Il suffit, après avoir décoché :

☐ Rendre les variables sans contrainte non négatives

de cliquer sur **Résoudre** pour obtenir les valeurs **a** et **b** ainsi déterminées.



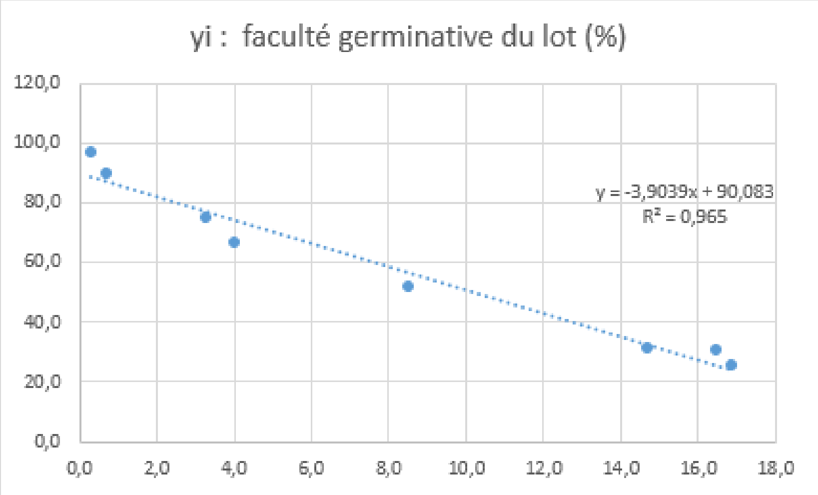
Le coefficient de détermination

$$R^2 = \frac{\sum(y_i-\bar{y})^2-\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$

$$\cancel{R^2 = \frac{\sum(y_i-\bar{y})^2-\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}}$$

peut être introduit comme quotient de la variance expliquée par le modèle par la variance totale. Il s'interprète comme le pourcentage de variabilité expliqué par le modèle. Sa détermination se fait à l'aide du tableur et on retrouve l'ensemble des paramètres donnés directement par la fonction **« courbe de tendance »**.

5	Somme	191,95							
6						a=	-3,90387		
7						b=	90,0826		
8	Moyenne yi	58,4125							
9	[(yi-moy(y))²]	1489	985,175	275,145	70,3502	45,0577	745,973	762,45	1109,72
10	somme [(yi-moy(y))²]	5482,87							
11	R²	=1-B5/B10							
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									

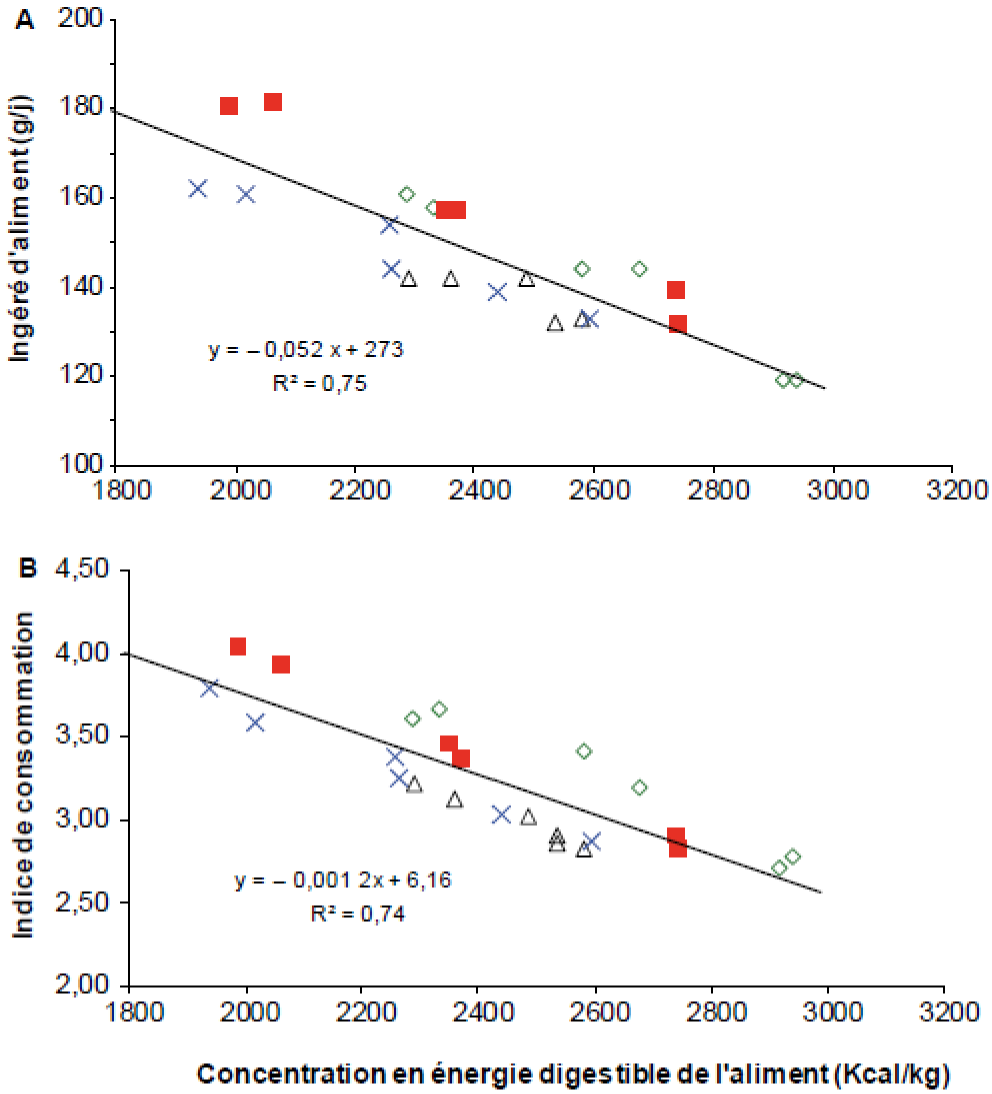


Cela donne comme « indicateur » que l'on perd environ 3,9 points de faculté germinative par point de pourcentage en plus d'embryon de grain sectionné. Cela explicite également la relation affine entre les deux grandeurs. La pertinence du modèle se fait au regard de la réalité des valeurs prédites et des conditions du contexte qui sont restées inchangées sur la période.
Dans sa vie professionnelle le technicien sera confronté à la lecture de documents qu'il devra comprendre et interpréter. Sans développer la théorie sur le test du coefficient de corrélation, l'enseignant précise ce que l'on entend par une « bonne » ou « très bonne » corrélation. Certes plus R (coefficient de corrélation) est proche de 1, plus l'ajustement affine est significatif. Mais cela dépend également du nombre de valeurs. On peut donner quelques valeurs de référence (voir Annexe 1 pour plus de détails) :
Pour 10 valeurs, un coefficient de corrélation au moins supérieur à 0,65 (respectivement 0,75) traduit l'existence significative (respectivement très significative) d'une corrélation.
Pour 20 valeurs, un coefficient de corrélation au moins supérieur à 0,45 (respectivement 0,55) traduit l'existence significative (respectivement très significative) d'une corrélation.
Pour 30 valeurs, un coefficient de corrélation au moins supérieur à 0,4 (respectivement 0,5) traduit l'existence significative (respectivement très significative) d'une corrélation.
C'est facilement compréhensible que les valeurs minimales significatives des coefficients diminuent car plus il y a de points, plus la variabilité augmente. Pour autant, le professionnel devra prendre une décision en étant peut être plus exigeant pour s'assurer de la robustesse de son indicateur. Par exemple dans le cas de 20 valeurs, si R = 0,55 :

- cela signifie bien l'existence très significative d'une corrélation linéaire.
- $R^2 \approx 0{,}30$, ce qui signifie que 70% de la variabilité est expliqué par d'autres facteurs que l'ajustement.

Exemples :

Figure 5. *Relation entre concentration en énergie digestible de l'aliment et l'ingestion (A) et l'indice de consommation (B) chez le lapin en croissance en élevage conventionnel (adapté de Gidenne* et al.*, 2010).*



https://productions-animales.org/article/view/2946 source : INRAE productions animales

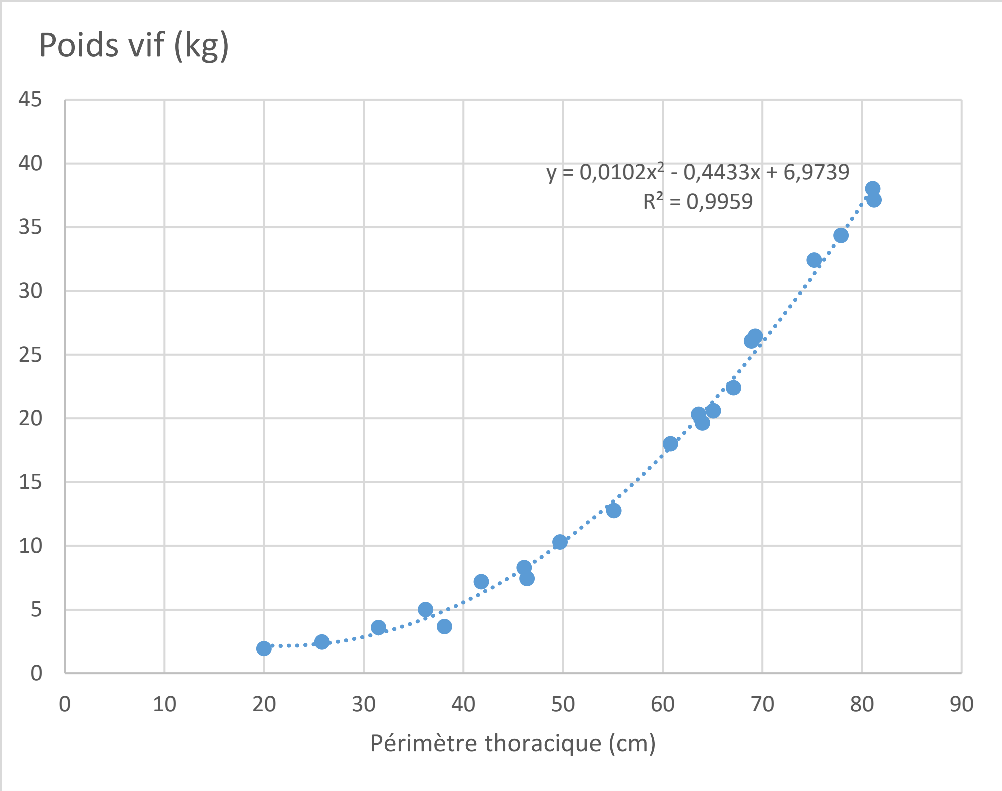
Dans ce cas, on est bien au-dessus du seuil attendu R = 0,55 pour 20 valeurs pour une forte significativité de la corrélation, puisque $R = \sqrt{0,74} \approx 0,86$. Une approche qualitative, et plutôt visuelle, du regroupement des points autour de la droite le confirme.

L'intérêt de tels ajustement réside aussi dans le fait de mobiliser des indicateurs facilement mesurables pour en estimer d'autres que l'on cherche à mesurer. Par exemple, la connaissance du poids vif des petits ruminants est très utile pour doser correctement les médicaments, pour ajuster les rations et compléments alimentaires, évaluer les performances de croissance, choisir les futurs reproducteurs, décider du moment de la vente…

Exemple des cabri créoles : https://hal.inrae.fr/hal-02748803/document

Le relevé de mesures de poids vif et de périmètres thoraciques permet de modéliser une relation entre ces deux grandeurs dans le cas du choix d'une modélisation quadratique. Il est alors possible, à partir de ce modèle, de créer des abaques permettant, à partir de la mesure du périmètre thoracique d'estimer le poids vif de l'animal.

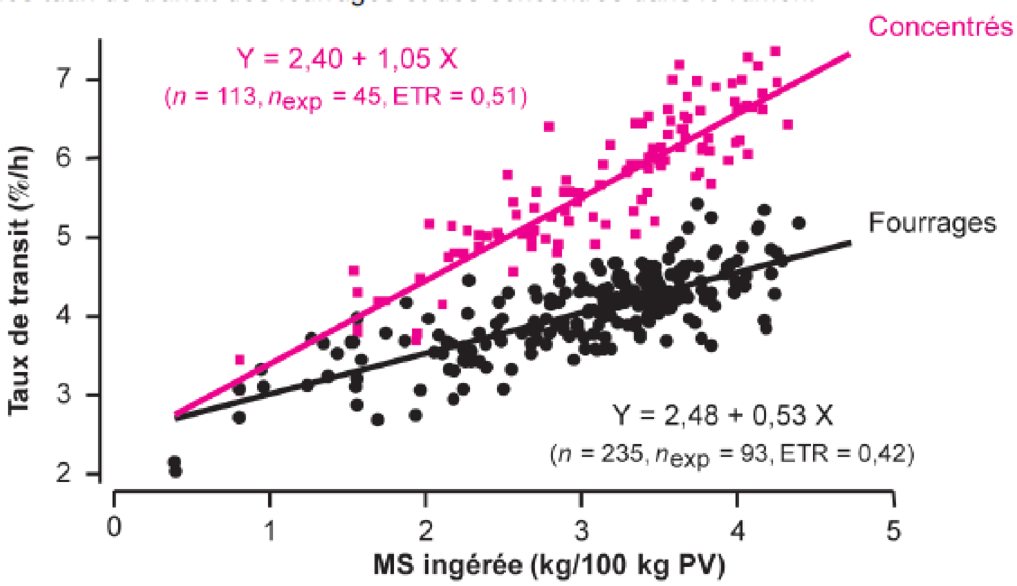
Périmètre thoracique (cm)	Poids vif (kg)
20	1,939
25,8	2,478
31,5	3,617
36,2	5,011
38,1	3,692
41,8	7,209
46,1	8,292
46,4	7,450
49,7	10,301
55,1	12,766
60,8	18,011
63,6	20,318
64	19,660
65,1	20,614
67,1	22,407
68,9	26,084
69,3	26,465
75,2	32,429
77,9	34,375
81,1	38,041
81,2	37,158



D'autres types de documents donnent l'écart type résiduel (ETR) de l'ajustement que l'on interprète comme une estimation de l'erreur faite sur la mesure de la variable dépendante. Une valeur de 0 indiquerait un ajustement parfait.
Il dépend de l'unité et peut donner, avec la forme du nuage de points, une indication de la qualité de l'ajustement. Il n'est à étudier que si cela a du sens au regard du contexte étudié

Exemple : Taux de transit en fonction de la matière sèche (MS) ingérée.

Figure 2. *Relation intra-expérience entre le niveau de MS ingérée par les bovins et les taux de transit des fourrages et des concentrés dans le rumen.*



Source : [Rénovation des unités alimentaires des ruminants: les principales relations utilisées pour le calcul des apports alimentaires Daniel Sauvant & Pierre Noziere]

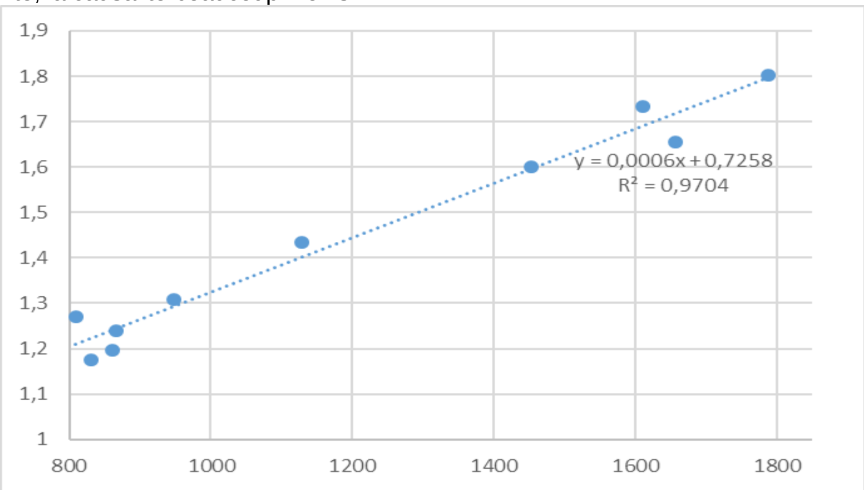
Corrélation et causalité

Au-delà de la mise en évidence d'une **corrélation**, le fait que, sur un relevé statistique, il puisse exister une relation entre deux grandeurs (corrélation), ne signifie pas pour autant qu'il existe entre elles un lien de **causalité**.

Exemple : Il a été relevé sur plusieurs années, aux USA, le nombre de nouveaux doctorats en informatique et les revenus générés par les jeux d'arcades.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Doctorats décernés en science informatique aux US	861	830	809	867	948	1129	1453	1656	1787	1611
Revenus générés par les jeux d'arcade	1,196	1,176	1,269	1,24	1,307	1,435	1,601	1,654	1,803	1,734

La corrélation est évidente, la causalité beaucoup moins !



Le site https://tylervigen.com/spurious-correlations en propose plusieurs autres, plus fantasques les unes que les autres !
Le site du Monde donne aussi des exemples de corrélations non causales :
Corrélation ou causalité ? Brillez en société avec notre générateur aléatoire de comparaisons absurdes (lemonde.fr)

Ce travail permet de former à l'analyse critique.

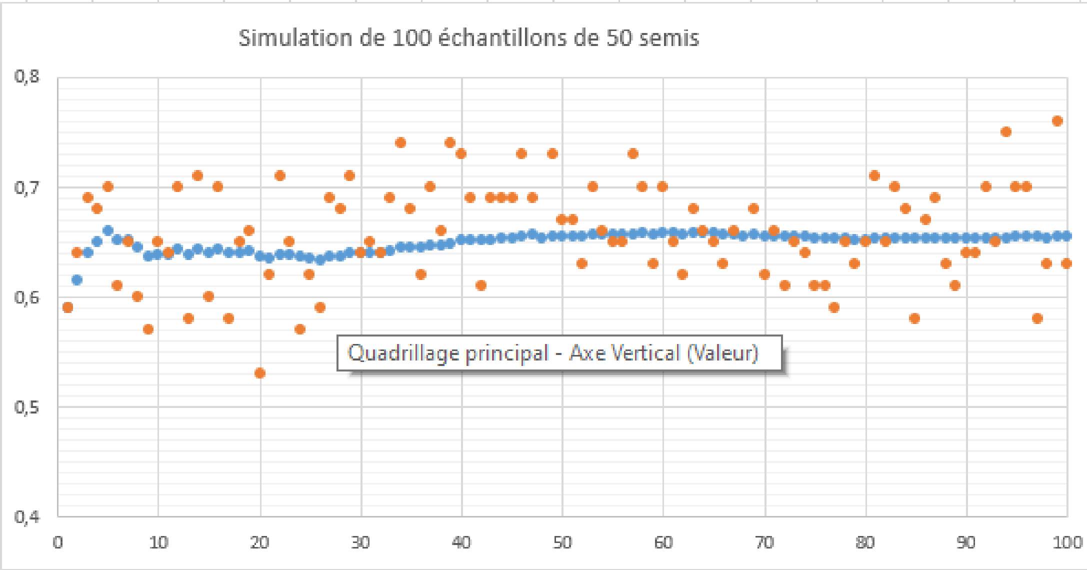
- **Repérage de leviers et limites**

Loi binomiale

Exemple : La faculté germinative d'un lot de semences de carottes est annoncée à 65%.
Déterminer l'intervalle auquel la proportion de plantules germées appartient, pour un échantillon aléatoire prélevé dans ce lot de semences.

La simulation d'une telle situation peut s'effectuer en réalisant la somme de variables aléatoires suivant une loi de Bernoulli de paramètre 0,65.
Ce peut être fait par le tableur en simulant de façon aléatoire le succès d'une épreuve avec une probabilité de 0,65 grâce à la fonction ALEA, par exemple **=SI(ALEA()<0,65 ;1 ;0)**. On réalise des échantillons de même taille pour lesquels on détermine la proportion de 1. Ceci peut être l'occasion de faire un travail de groupe, chaque groupe choisissant la taille de ces échantillons. L'objectif est de faire constater d'une part la fluctuation d'échantillonnage et d'autre part une plus grande fiabilité de l'estimation de la proportion lorsque la taille de l'échantillon augmente. Il est indispensable dans ce cadre de prendre des échantillons suffisamment grands. C'est l'occasion de repréciser la différence entre fréquence et probabilité.
Dans le cas où sont répétées les simulations sur 50 semis, le fait de tracer sur le même graphique les fréquences cumulées permet de visualiser et comprendre la stabilisation des fréquences après un « très grand nombre » de répétitions. Dans chaque cas, il n'est pas forcément attendu que l'apprenant sache construire l'outil, mais qu'il comprenne son fonctionnement et la nécessité de choisir des échantillons « suffisamment grands ». Il est alors possible de l'adapter à d'autres situations analogues.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1		ech1	ech2	ech3	ech4	ech5	ech6	ech7	ech8	ech9	ech10	ech11	ech12	ech13	ech14	ech15	ech16	ech17	ech18
2		0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
3		0	1																
4		1	0																
5		0	0																
6		1	1																
7		1	0																
8		1	0																
9		0	1																
91		1	1																
92		0	0																
93		1	0																
94		1	1																
95		0	0																
96		1	1																
97		0	0																
98		0	1																
99		1	1																
100		1	1																
101		0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
102	Fréquence	0,59	0,64	0,69	0,68	0,7	0,61	0,65	0,6	0,57	0,65	0,64	0,7	0,58	0,71	0,6	0,7	0,58	0,65
103	Fréquence Cumulée	0,59	0,62	0,64	0,65	0,66	0,65	0,65	0,65	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64	0,64

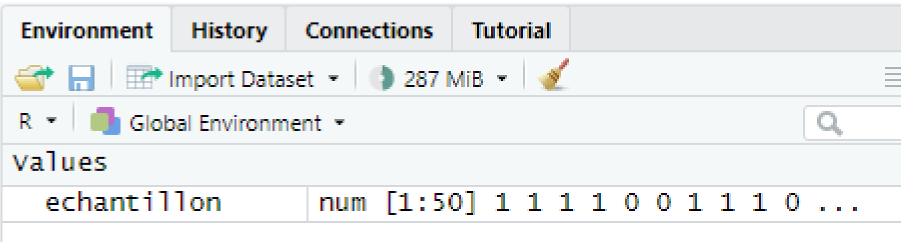


L'utilisation du logiciel **R** permet dans ce cas, et dans bien d'autres, de fournir une solution de simulation particulièrement efficace pour aborder les différentes notions mathématiques. La création de script permet d'automatiser les simulations.
Sous **R**, avec l'interface **RStudio**, un échantillon de taille 50 qui fait apparaitre un 0 avec une probabilité de 0,35 et un 1 avec une probabilité de 0,65, dans le cadre d'un tirage avec remise, peut être généré à l'aide de la ligne de commande suivante :

```
echantillon=sample(c(0,1),size=50,replace=T,prob=c(0.35,0.65))
```

- `c(…)` est le moyen dans **R** de créer une liste de nombres.
- `sample` permet un tirage aléatoire avec une probabilité d'apparition de 0 ou 1 de probabilité d'apparition respectivement de 0,35 et 0,65, ce qui se définit par `c(0.35,0.65)`
- `replace=T` est le moyen d'indiquer que l'on effectue le tirage avec remise.

Dans l'interface **RStudio**, apparaissent les éléments créés, ici l'échantillon :

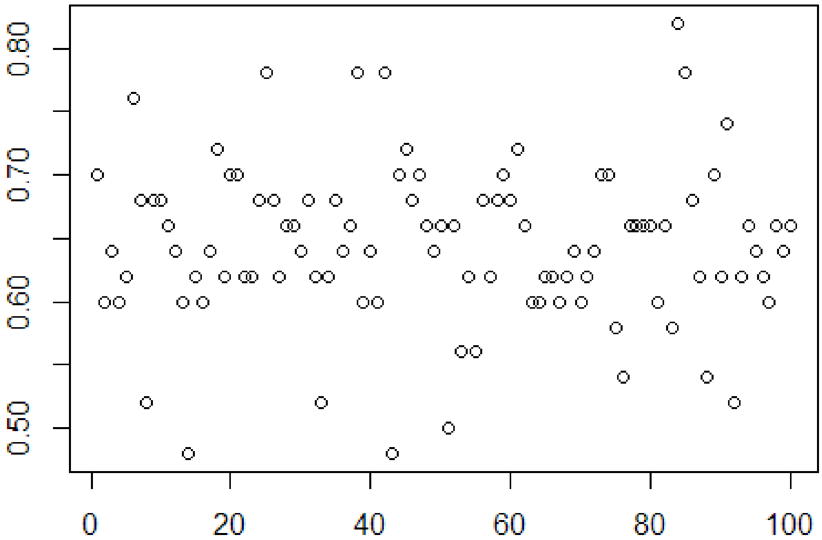


La fréquence d'apparition des 1 se détermine par : `sum(echantillon)/50`

Pour générer 100 échantillons de taille 50 et calculer la fréquence estimée, on écrit à l'aide d'une boucle « `for` » la répétition de tels échantillons et cela se représente (avec `plot`) comme avec l'exemple du tableur :

```
x=c()
for (i in 1:100)
{echantillon=sample(c(0,1),size=50,replace=T,prob=c(.35,.65));
                        x=append(x,sum(echantillon)/50)}
      plot(x)
```

`sample` permet de faire un tirage aléatoire avec une probabilité donnée
`append` permet d'ajouter une valeur à un vecteur



L'avantage d'un script **R** est de pouvoir modifier les paramètres facilement pour générer n'importe quelle simulation. Il peut être pédagogiquement utile de constituer au cours de la formations quelques scripts de référence.

Intervalles de confiance d'une fréquence

La somme de n variables aléatoires indépendantes $X_1, X_2, \ldots, X_n$ suivant une loi de Bernoulli de paramètre p, d'espérance p et de variance $p(1-p)$ est une variable aléatoire suivant une loi binomiale d'espérance np et de variance $np(1-p)$.
Les propriétés de l'espérance et de l'écart type permettent de conclure que la variable aléatoire fréquence

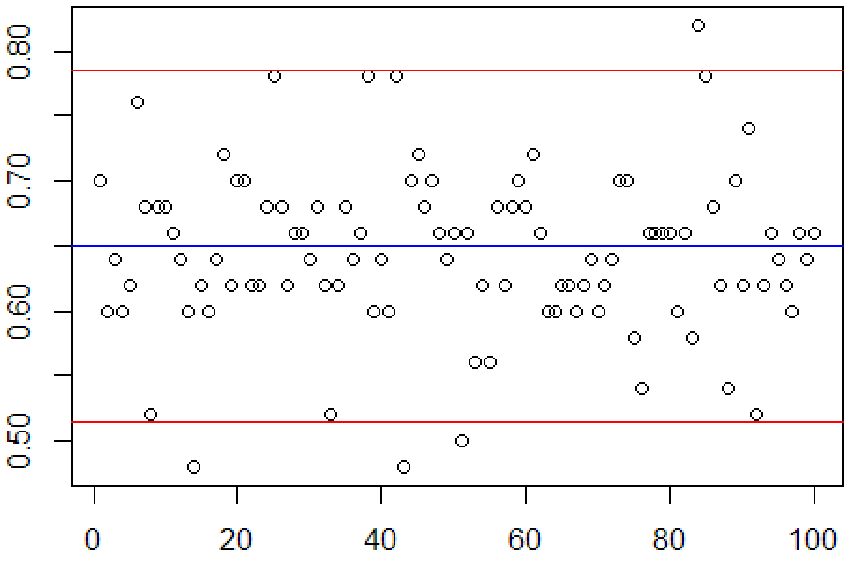
$\bar{X} = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n}$ a pour espérance p et écart type $\sigma = \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$.

On cherche alors à déterminer ce que l'on appelle **l'intervalle de fluctuation** de la fréquence pour un certain niveau de confiance $1-\alpha$ (α étant appelé seuil de risque) : si la proportion d'une population remplissant un certain critère est p, la probabilité qu'un échantillon donne une fréquence d'apparition de ce critère appartenant à cet **intervalle de fluctuation** est $1-\alpha$.

A partir du même exemple, toujours en considérant la proportion de germination de 65% inchangée, on peut représenter sur le graphique l'intervalle :

$[p-2\sigma; p+2\sigma] = \left[p - 2\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}; p + 2\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right] = \left[0,65 - 2\sqrt{\dfrac{0,65\times 0,35}{50}}; 0,65 + 2\sqrt{\dfrac{0,65\times 0,35}{50}}\right] \approx [0,515; 0,785]$ grâce aux commandes :

```
abline(h=0.65,col="blue")
abline(h=0.65+2*sqrt(0.65*0.35/50),col="red")
abline(h=0.65-2*sqrt(0.65*0.35/50),col="red")
```



Il est possible de compter seulement 4% d'échantillons hors de cet intervalle, soit 96% dans cet intervalle. Il est important de faire le lien avec le nombre de répétitions pour comprendre que le 5% s'obtient lorsqu'on répète un grand nombre de fois l'échantillonnage.

Ce que l'on retrouve « presque » grâce à la commande **quantile** de **R** qui donne les valeurs de l'intervalle centré incluant les 95% des valeurs des fréquences (excluant les 2,5% les plus et moins élevés): **quantile(x,c(0.025,0.975))**

```
> quantile(x,c(0.025,0.975))
  2.5%  97.5%
0.5095 0.7800
```

La différence s'explique par le fait qu'on a généré qu'une partie des échantillons possibles et que plus on génère d'échantillon plus on se rapproche de l'intervalle théorique.
L'intervalle théorique est alors appelé **intervalle de fluctuation** de la fréquence.
A partir de divers autres exemples, on illustre le résultat suivant qui est admis :
La fréquence, pour un échantillon de taille n qu'un critère ayant la probabilité p d'apparaitre ($n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$), appartient à l'intervalle :

- $[p-\sigma; p+\sigma] = \left[p-\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p+\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$ avec une probabilité d'environ 0,68, appelé niveau de confiance.
- $[p-2\sigma; p+2\sigma] = \left[p-2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p+2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$ avec une probabilité d'environ 0,95, appelé niveau de confiance.
- $[p-3\sigma; p+3\sigma] = \left[p-3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p+3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$ avec une probabilité d'environ 0,997, appelé niveau de confiance.

Pour information, et **ce n'est pas un attendu**, ces intervalles de fluctuation sont théoriquement ceux d'une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance p et d'écart type σ et que les théorèmes d'approximation (Moivre/central limite) permettent de s'y rapporter pour la variable aléatoire fréquence définie plus haut, dans le cadre d'échantillons de grande taille.

L'intervalle de fluctuation d'une fréquence permet de comprendre que si l'on suppose connue une proportion théorique d'apparition d'un phénomène, celui-ci est observé dans les échantillons de même taille avec une fréquence comprise dans un tel intervalle. Dans les situations qui nous intéressent cette probabilité n'est pas connue. On cherchera plutôt à l'estimer à partir des résultats observés sur un échantillon particulier.

En continuant sur l’exemple, on peut mettre en évidence la symétrie des rôles de f et p :

Un nouvel essai de semis est effectué sur 400 semences de carottes et 263 donnent lieu à des plantules levées. Entre quelles limites peut-on situer la faculté germinative de ces semences ?

Si p est la proportion inconnue, ici la faculté germinative des carottes, lorsqu’on choisit une semence, la probabilité pour qu’elle donne naissance à une plantule est p. Le nombre de semences étant important, choisir 400 semences revient à réaliser, de façon identique et indépendante, 400 fois la même expérience dans le cadre d’un tirage avec remise.

On a observé la valeur f = 263/400 = 0,6575. Pour un niveau de confiance de 95%, on peut considérer que :

$p-2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}} \leq 0,6575 \leq p+2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}$, soit $0,6575-2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}} \leq p \leq 0,6575+2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}$

Si l’on cherche à résoudre de façon exacte l’inéquation précédente,

$$0,6575-2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}} \leq p \leq 0,6575+2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}} \Leftrightarrow -2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}} \leq p-0,6575 \leq 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}$$

$$\left(p-0,6575\right)^2 \leq 4\frac{p(1-p)}{400} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow 0,6086 \leq p \leq 0,7032$$

Par ailleurs, p étant assez proche de f , on déduit de $\underbrace{0,6575}_{=f}-2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}} \leq p \leq \underbrace{0,6575}_{=f}+2\sqrt{\frac{p(1-p)}{400}}$, en assimilant p à f, que ~~e~~ $f-2\sqrt{\frac{f(1-f)}{400}} \leq p \leq f+2\sqrt{\frac{f(1-f)}{400}}$, ce qui donne en application numérique supposant $0,610 \leq p \leq 0,705$, résultat très proche de l’encadrement issu de la résolution exacte.

<u>Significativité et p-value</u>

Il a été évoqué la notion de niveau de confiance à 68%, 95% ou 99%. Pour les valeurs de 95% et 99% on parle respectivement de résultats significatifs et très significatifs. Par exemple, pour l'exemple traité ci-dessus, si la fréquence f observée est de 0,6575 pour un échantillon de taille 400, pour 95% des échantillons de taille 400 possibles, $0,610 \leq p \leq 0,705$, ce qui est considéré comme un résultat significatif.

Pour introduire cette notion de significativité en s'appuyant sur les connaissances des classes antérieures, on peut l'illustrer par la situation suivante :

Alice possède une pièce et elle se demande si sa pièce est équilibrée.
Elle lance la pièce trois fois de suite et obtient trois « PILE ». Cela est-il de nature à remettre en cause le fait que la pièce soit équilibrée ?

Dans le cas d'une pièce équilibrée, la probabilité d'obtenir trois « PILE » est $0,5^3 = 0,125$. On ne peut donc pas considérer que ce soit si exceptionnel d'obtenir trois « PILE », donc rien à ce stade ne permet de raisonnablement considérer que la pièce n'est pas équilibrée.
Il peut alors être intéressant de multiplier les lancers et d'observer que, dans le cas où la pièce est équilibrée, pour 4 lancers, la probabilité d'obtenir 4 « PILE » est 0,0625, pour 5 lancers, la probabilité d'obtenir 5 « PILE » est 0,0313, pour 6 lancers, la probabilité d'obtenir 6 « PILE » est 0,0156, … Ainsi, suivant le seuil de risque (de se tromper) que l'on pose, par exemple 5% (ce qui correspond à un niveau de confiance de 95%), pour 5 lancers prévus si on obtient 5 « PILE », on obtient une probabilité inférieure à 0,05 donc on peut remettre en cause, et cela de façon significative, l'hypothèse selon laquelle la pièce est équilibrée.
A noter que cette significativité dépend de ce qui est envisagé au départ. En effet, si l'on considère maintenant que l'on veut évaluer l'équilibre de la pièce sur 6 lancers, la probabilité d'obtenir exactement 5 « PILE » est $6*0,5^6 = 0,09375$, bien au-dessus du seuil de risque de 5%, ce qui ne permet pas de rejeter l'hypothèse que la pièce est équilibrée.

Dans l'exemple ci-après, on cherche à déterminer, pour deux espèces d'adventices, s'il existe une corrélation entre la part de levée annuelle réalisée pendant la période d'observation (printemps/automne) et la somme des températures efficaces.

Les seuils de risque de 5% ou 1% permettent de déterminer des niveaux de significativité.

Les outils numériques utilisés actuellement renvoient plutôt la ***p-value*** que l'on peut interpréter par la probabilité d'observer un événement dans le cadre de l'hypothèse faite.
Par exemple, dans le cas du lancer d'une pièce supposée équilibrée où l'on réalise 6 lancers et que l'on obtient 6 « PILE », cela parait peu probable car la probabilité que cet événement se réalise est de 0,0156. C'est cette probabilité que l'on appelle p-value. On considère alors que l'hypothèse que la pièce soit équilibrée peut être remise en cause avec 1,56% de chance de se tromper.

Si $p < 0,05$ (respectivement 0,01 et 0,001) on peut considérer le résultat comme significatif (respectivement très significatif et hautement significatif) souvent symbolisé par des « * » (respectivement « ** » et « *** »).

Dans l'exemple ci-contre l'existence de la corrélation entre la levée des adventices et la somme des températures efficaces est hautement significative au printemps, mais très significative pour *Capsella bursa-pastoris* en automne si on se réfère à <u>l'annexe 1</u>

Source :
Modélisation de l'évolution à long terme de la flore adventice. II. Application à trois dicotylédones annuelles en un site donné
Philippe Debaeke
https://hal.science/hal-00885160

Un autre exemple d'utilisation de p-value est réalisé en C43 en lien avec les taux butyreux.

TABLEAU 6

Equations prédictives de la levée annuelle pour 2 espèces à germination étalée : A. arvensis *et* C. bursa-pastoris.

Predictive equations for annual emergence of 2 species with staggered germination : A. arvensis *and* C. bursa-pastoris.

Espèce / Epoque de semis de la culture	*Anagallis arvensis*	*Capsella bursa-pastoris*
Automne	y = 0,64 x + 5 r = 0,780*** (16 points)	y = 0,17 x − 35 r = 0,583** (22 points)
Printemps	y = 0,99 x + 25 r = 0,826*** (15 points)	y = 0,27 x + 18 r = 0,770*** (16 points)

y = Part de la levée annuelle réalisée à l'époque de l'observation.
x = Somme de températures efficaces, en base 5 °C pour *Capsella* et 10 °C pour *Anagallis*, depuis le semis de la culture (*Anagallis*) ou le déchaumage du précédent (*Capsella* à l'automne).
Corrélation significative à 5 % (**) ou 1 % (***).

Caractérisation et fonctionnement d'un système de culture

Bien que la compréhension des indicateurs mobilisés en agronomie relève principalement de l'enseignement des disciplines techniques, l'enseignant de mathématiques a toute légitimité à expliquer le sens de la construction de ces indicateurs.
Dans l'exemple de l'IFT (Indice de Fréquence de Traitement phytopharmaceutique), plusieurs types d'IFT sont utilisés suivant ce que l'on cherche à évaluer. La multiplicité de situations analogues est adaptée à la maitrise de ce type d'automatismes en lien avec les notions de proportion, fréquence et de sens des opérations.

Exemple d'IFT: $IFT_{Traitement\,champ} = \dfrac{DA}{DR} \times PST$

où DA est la dose appliquée sur la surface, DR la dose de référence et PST la proportion de surface traitée.

La dose appliquée est inférieure ou égale à la dose de référence et la proportion de surface traitée est un nombre compris entre 0 et 1, ce qui explique, dans ce cas, la valeur de cet IFT nécessairement inférieure à 1. Une valeur 0,8 d'IFT pour une application peut traduire une situation vertueuse, passer de 0,9 à 0,6 peut marquer un progrès environnemental. Pour autant, il faut prendre de la distance avec la valeur unitaire prise comme référence et tenir compte de la complexité générée par le système de culture dans son contexte. Les conditions météorologiques défavorables, par exemple, peuvent justifier l'augmentation de l'IFT total (IFTt) ou hors herbicide (IFThh) à cause du développement de maladies (effet année). Par ailleurs, l'IFT ne renseigne pas sur la toxicité des produits. Aussi pour deux IFT égaux, d'autres indicateurs comme par exemple la demi-vie d'une substance active dans l'environnement, sa DL_{50} (dose de substance causant la mort de 50 % d'une population animale donnée) ou encore l'échelle de vulnérabilité du milieu peuvent être mobilisés pour pondérer l'IFT et ainsi différencier deux IFT a priori identiques.
Pour d'autres IFT, on peut se référer à : https://agriculture.gouv.fr/indicateur-de-frequence-de-traitements-phytosanitaires-ift

La rubrique propose également, en complément du guide, un tableau de correspondances :

	A	B	C	D
1	Unité	Unité ajustée	Prise en compte pour la définition de doses de référence en cas de coexistence de plusieurs unités	Facteur de conversion
2	%	%	Non	1
12	G/KG	KG/KG APPAT	Non	0,001
13	G/L	KG/HL	Oui	0,1
14	G/L/10M2	KG/HA	Oui	1
15	G/M2	KG/HA	Oui	10
16	G/M3	KG/HA	Oui	0,3
17	G/PALME	G/PALME	Non	1
18	G/PIED	KG/HA	Oui	1,85

Après avoir pris un temps pour retravailler sur les raisons de ces facteurs de conversion, parfois calculatoires (g/L à kg/hL), parfois techniques (g/pied à kg/ha), une automatisation de ces conversions peut être ritualisée.

Les échanges entre les enseignants de mathématiques et de disciplines techniques doivent permettre de faire émerger les indicateurs utilisés dans les contextes d'études. Même si aujourd'hui d'autres indicateurs que l'IFT sont utilisés, ils peuvent être une référence dans le cadre d'un apprentissage. La diversité des situations doit permettre de faire comprendre le sens de leur construction. Cette approche vise à développer la capacité à créer ses propres indicateurs, ses références, utiliser des pondérations pour ces indicateurs en fonction des situations, … tout cela au regard d'un contexte local ayant ses caractéristiques propres avec pour objectif de prendre une décision. En outre, la mobilisation des indicateurs utiles peut alors être automatisée dans un tableur.

Ajustements de la conduite d'itinéraires techniques et de systèmes de culture

L'utilisation de données, qu'elles soient produites au niveau local ou sur des sites institutionnels permet d'appréhender la complexité de la conduite d'un itinéraire technique et d'enrichir les règles de décisions.
Par exemple, à partir de la base de données des productions agricoles disponible sur AGRESTE :
https://agreste.agriculture.gouv.fr/agreste-web/disaron/SAA-SeriesLongues/detail/ la production de maïs fourrage et ensilage pose la question de la pertinence de l'irrigation.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	LIB_DEP	LIB_CODE	REND_2010	REND_2011	REND_2012	REND_2013	REND_2014	REND_2015	REND_2016
2	014 - Calvados	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué	141,00	160,00	140,66	140,00	140,00		
3	014 - Calvados	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig	125,94	160,00	130,62	128,96	139,00	143,00	126,00
4	061 - Orne	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué	142,00	136,00	141,67	140,00	140,00		
5	061 - Orne	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig	121,97	136,00	131,65	127,98	134,99	135,00	111,00
6	066 - Pyrénées-Orie	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué	80,00	80,00	80,30	83,33	83,93	80,00	80,00
7	066 - Pyrénées-Orie	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrigué							
8	974 - La Réunion	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué	120,00	170,72	163,26	166,65	161,70	165,00	168,30
9	974 - La Réunion	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig	120,00	105,41	106,94	108,22	107,54	109,22	107,54

	A	B	J	K	L	M	N	O	P
1	LIB_DEP	LIB_CODE	REND_2017	REND_2018	REND_2019	REND_2020	REND_2021	REND_2022	REND_2023
2	014 - Calvados	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué							
3	014 - Calvados	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig	145,00	130,00	130,00	137,00	147,00	125,00	160,00
4	061 - Orne	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué							
5	061 - Orne	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig	150,00	137,00	130,00	125,00	154,00	123,00	160,00
6	066 - Pyrénées-Orie	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué	75,00	80,00	69,00	72,00	80,00	60,00	65,00
7	066 - Pyrénées-Orie	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig							
8	974 - La Réunion	04 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) irrigué	163,43	166,57	162,00		165,00	165,00	153,80
9	974 - La Réunion	05 - Maïs fourrage et ensilage (plante entière) non irrig	104,85	107,54	116,50				

On note pour le Calvados ou l'Orne, par exemple, le faible écart de rendement entre les cultures irriguées et non irriguées. Aussi, une prise de conscience à la fois économique, écologique et des questions d'organisation de travail, partage de la ressource en eau pouvant générer des conflits d'usage, peut expliquer, pour ce département, la fin de l'irrigation pour cette culture à partir de 2015.
A l'inverse dans les Pyrénées-Orientales dont le déficit de pluie s'aggrave depuis plusieurs années, l'irrigation est indispensable, mais il faut tenir compte des prévisions climatiques futures pour statuer sur la pertinence à continuer ce type de culture si on veut continuer à produire du maïs.
La Réunion est un cas singulier. Le rendement en culture non irriguée reste au-dessus de la moyenne, mais le choix d'irriguer la culture est lié d'une part au rendement important qu'il permet, un des plus importants parmi les départements et à l'effet conjoint de fortes précipitations (autour de 1500 mm/an) conjugué à des capacités de retenues collinaires d'eau disponibles, et une eau très peu chère pour les agriculteurs.
Il est alors possible de créer un fichier de suivi au format csv, ici au niveau national, mais qui peut être réduit à l'échelon régional ou départemental pour le suivi des rendements en maïs irrigué et positionner le sien.
Le fichier doit être « simple » pour que le logiciel **R** puisse le traiter facilement et sans message d'erreur (d'autres utilisations de **R** seront proposés en C4.3).

La mise en qualité de données est à développer en s'appuyant sur ce qui est réalisé dans l'enseignement de TIM

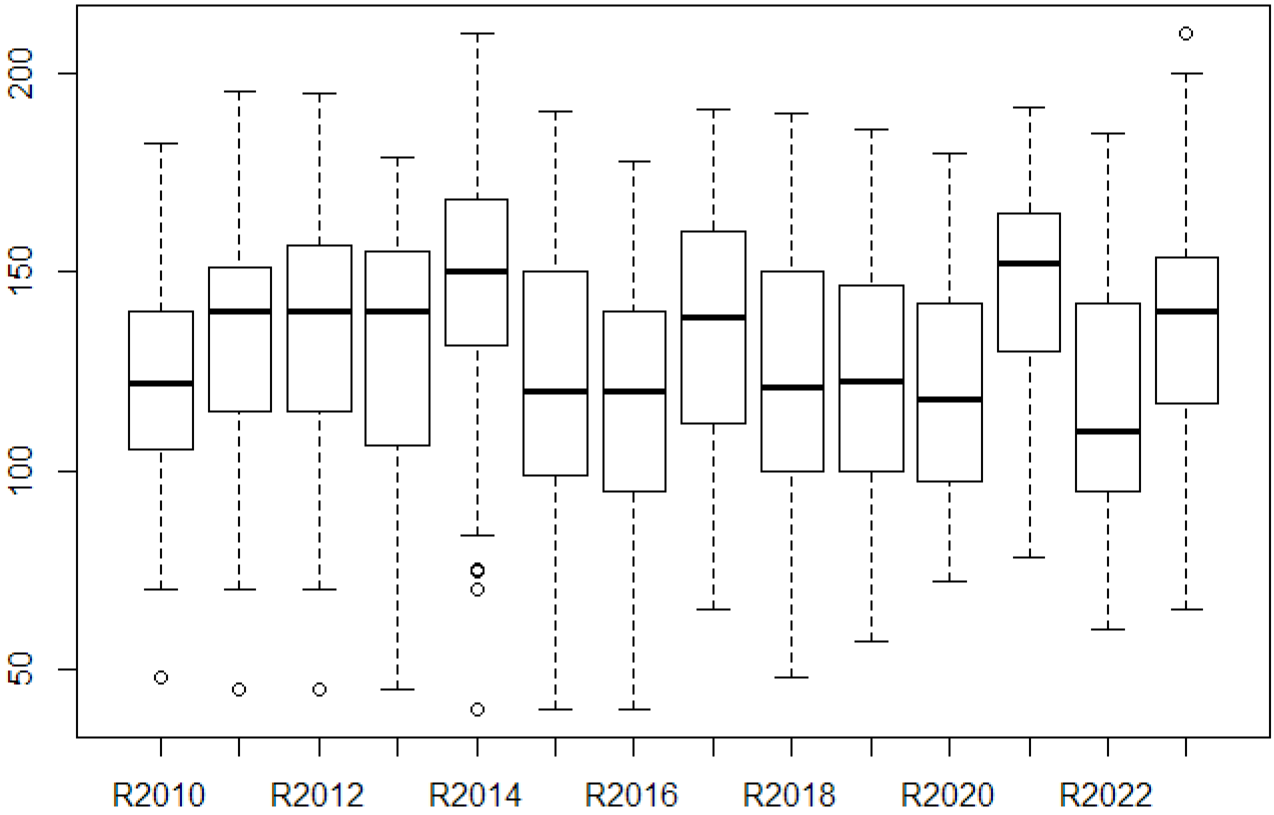
Par exemple, à partir du fichier tableur initial, le fichier peut être « simplifié » comme suit :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Dept	R2010	R2011	R2012	R2013	R2014	R2015	R2016	R2017	R2018	R2019	R2020	R2021	R2022	R2023
2	77	130	130	130	130	140	112	120	125	120	110	110	110	113	113,2
3	78		108	108	108	119	95	92	104	78	97	95	95	95	88,3
4	18	100	104,1	103,9	98,67	188,6	133,9	88,31	124,5	123,7	67,65	97,2	162,3	93	119,9
5	28	115	118,5	117,8	92,43	210,2	150	147,5	177,1	141,6	103,2	103,8	175,4	110	150,7
6	36	97	92,91	93,13	93,03	124,3	120,2	101,1	122,3	97,7	77,93	90,2	148,1	90	109,1
7	37	103	105	105	105	142,5	148,1	102,8	112,1	93,46	74,08	91,2	148,2	102	117
8	41	109	110	110	100,1	194,7	151	134,6	167,4	148,3	103,2	110	191,3	110	120
9	45	109	115	115	115	201,7	131	121,3	148,7	84,66	89,81	84,5	142,6	90	121

```
mais=read.csv2("maisir.csv") #transformation en fichier R exploitable
boxplot(mais[,-1]) # diagramme en boite pour comparaison des rendements
```

Remarques :

- le -1 permet de sortir la première colonne des données à représenter
- csv2 à la prise en compte des décimales sous forme de virgule



Le fichier peut être alors complété au fil du temps, le script restera inchangé et permettra d'avoir une représentation mise à jour régulièrement.

Les prévisions climatiques jouent un rôle clé dans la prise de décision. Le site CANARI-France https://climadiag-agriculture.fr/ (inscription gratuite) permet la prévision à court, moyen et long terme d'indicateurs climatiques et agro-climatiques pour toute localisation en France métropolitaine.

Par exemple concernant la pluviométrie, de nombreux indicateurs sont disponibles :

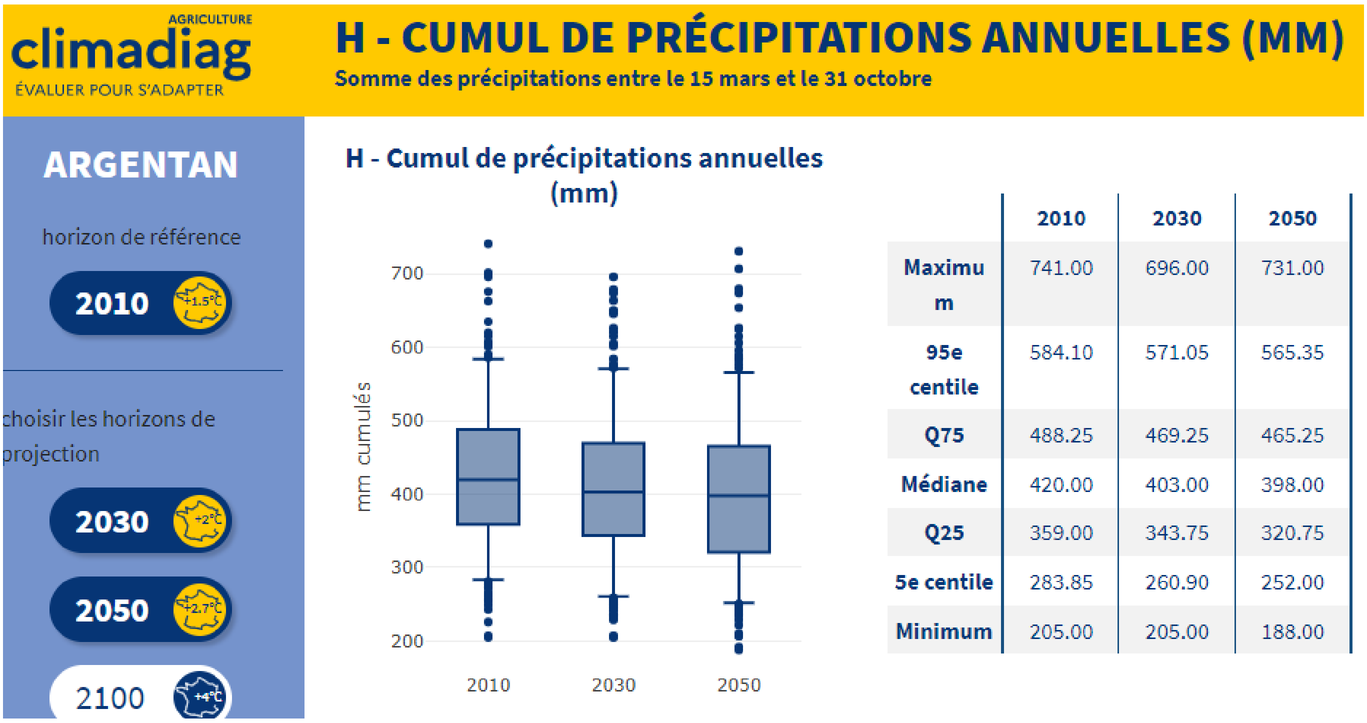
Moyennes

- ○ H - Cumul de précipitations annuelles (mm)
- ○ H - Evapotranspiration potentielle annuelle (mm)
- ○ H - Evapotranspiration potentielle (mm) au printemps
- ○ H - Evapotranspiration potentielle (mm) en été
- ○ H - Evapotranspiration potentielle (mm) en automne

Nombres de jours

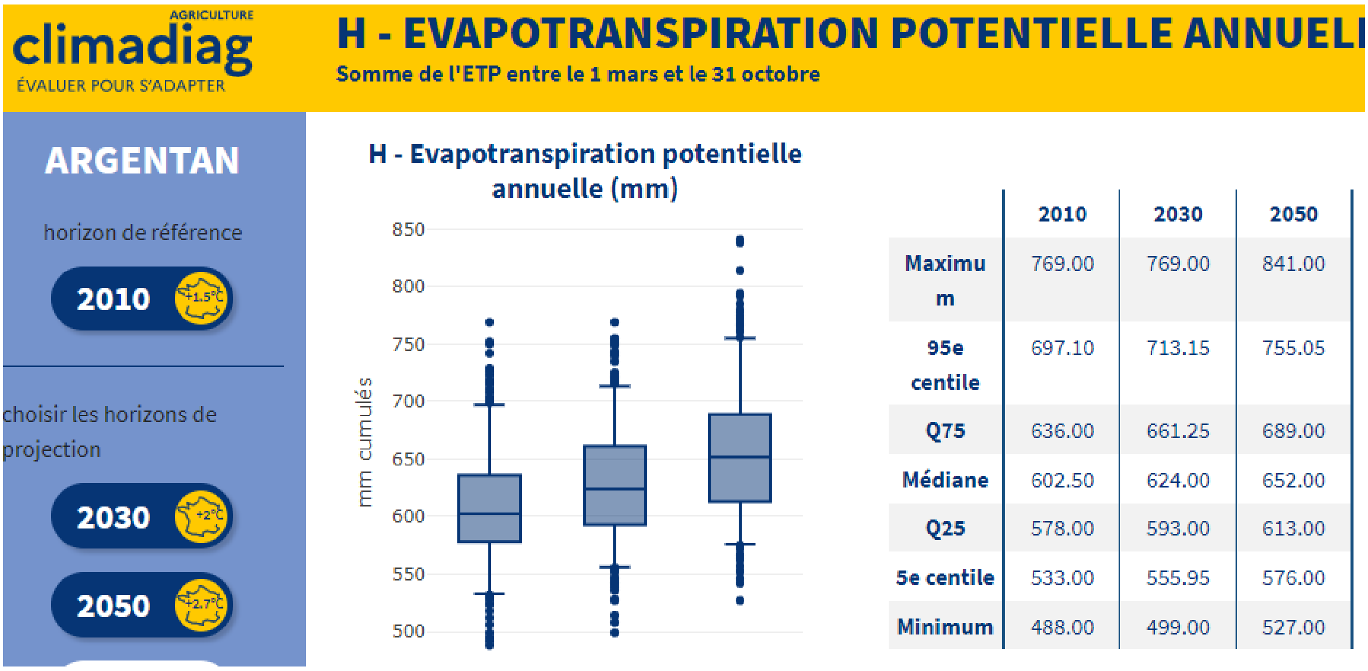
- ○ H - Nombre de jours de pluie par an
- ○ H - Nombre de jours de pluies intenses par an
- ○ H - Nombre de jours annuel avec une ETP > à un seuil (mm)

Pour Argentan, dans l'Orne, on obtient les prévisions suivantes sur le cumul de pluie :



	2010	2030	2050
Maximum	741.00	696.00	731.00
95e centile	584.10	571.05	565.35
Q75	488.25	469.25	465.25
Médiane	420.00	403.00	398.00
Q25	359.00	343.75	320.75
5e centile	283.85	260.90	252.00
Minimum	205.00	205.00	188.00

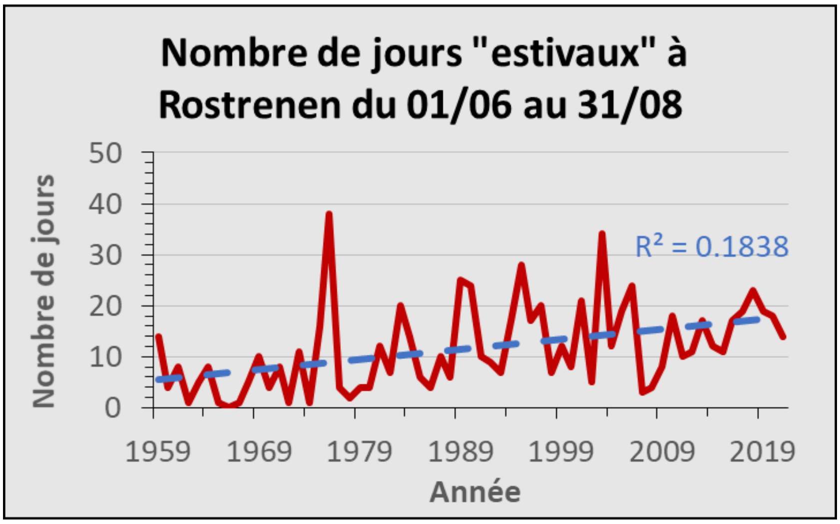
On constate une baisse mais qui ne semble pas significative, au moins à moyen terme, pouvant conforter le maintien de cette culture, les autres indicateurs pouvant compléter l'analyse. Pour autant, si l'on tient compte des prévisions d'évapotranspiration, les choix peuvent être modulés :

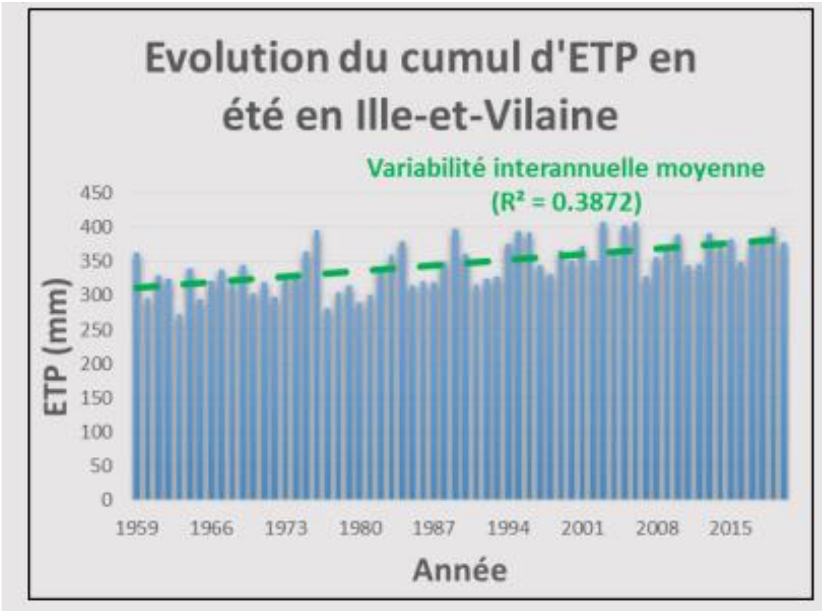


	2010	2030	2050
Maximum	769.00	769.00	841.00
95e centile	697.10	713.15	755.05
Q75	636.00	661.25	689.00
Médiane	602.50	624.00	652.00
Q25	578.00	593.00	613.00
5e centile	533.00	555.95	576.00
Minimum	488.00	499.00	527.00

Toutes les données sont téléchargeables par export.
Le choix d'un format de fichier adapté est à développer en s'appuyant sur ce qui est réalisé dans l'enseignement de TIM

Les comptes-rendus ORACLE des chambres d'agriculture fournissent des analyses régionales.
C'est l'occasion de remobiliser le sens des indicateurs, comme R^2, vus en C41et d'y apporter un regard critique :
https://bretagne-environnement.fr/notice-documentaire/Resultats-travaux-oracle-2021-fiches-thematiques-etudier-relations-changement-climatique-agriculture





En se référant au tableau de l'annexe 1, même si une corrélation semble se dessiner sur les jours « estivaux » à ROSTRENEN, ce n'est pas significatif ($R^2 < 0{,}25$) contrairement à l'augmentation de l'ETP (évapotranspiration) en Ille et Vilaine pour laquelle la corrélation est très significative ($R^2 > 0{,}33$).

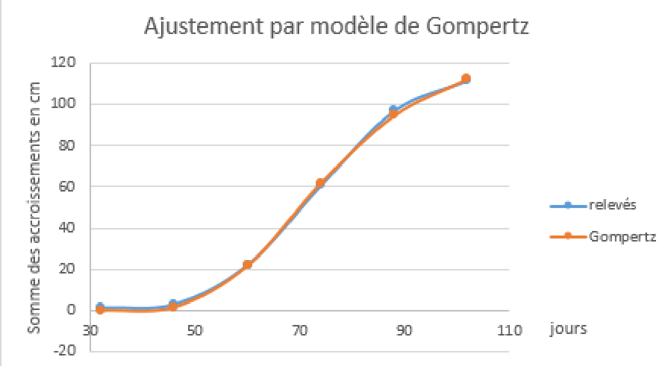
Le suivi de croissance amène à s'intéresser aux courbes de croissance en lien avec les modèles théoriques usuels : logistique simple, Gompertz, Von Bertalanffy,... Cela doit être l'occasion de remobiliser les connaissances antérieures sur les fonctions usuelles permettant une analyse des courbes de croissance en y donnant du sens (extremum, vitesse de croissance, variation de la vitesse de croissance, etc.) afin de déceler d'éventuels problèmes en lien avec l'influence de différents paramètres et ainsi décider d'un ajustement dans la conduite de l'itinéraire technique.

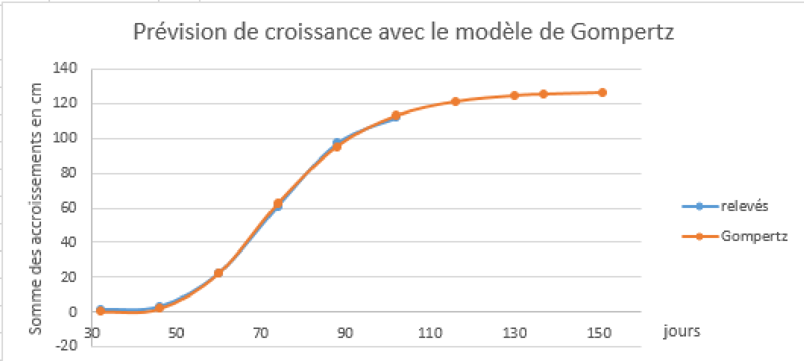
A partir d'un modèle de croissance choisi, le technicien qui dispose d'un relevé de données peut alors s'appuyer sur l'outil solveur du tableur pour définir les paramètres de ce modèle en minimisant la somme des carrés des écarts entre les relevés et le modèle à l'instar de ce qui a été détaillé en C41. On peut alors estimer l'évolution future.
Sur l'exemple présenté ci-dessous, des données ont été relevées sur un pommier pour lequel on évalue la somme des accroissements (de l'ensemble des bois) futurs par le modèle de Gompertz : $y = M\exp\left(-\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)\right)$.

Source : http://www.numdam.org/item/RSA_1979__27_4_5_0.pdf

En fonction des relevés futurs, le technicien pourra jouer, par exemple sur l'influence minérale pour s'assurer de la bonne croissance des plantes dans le cadre de son itinéraire technique.

	A	B	C	D	E	F
1	nombre de jours	relevés	Gompertz	Carrés écarts		Coefficients modele de Gompertz
2	32	1,3756563	0,003072766	1,8839854	M	126,59464
3	46	3,0521083	1,691431617	1,851441	a	68,716807
4	60	22,183358	21,94299764	0,0577733	b	15,536116
5	74	60,73015	62,13203101	1,9652692		
6	88	96,871423	=$F$2*(EXP(-EXP(-(A6-$F$3)/$F$4)))			
7	102	111,54958	112,5735614	1,0485415		
8						
9			somme carrés ecarts	11,027706		
10						
11	nombre de jours	relevés	Gompertz			
12	32	1,3756563	0,003072766			
13	46	3,0521083	1,691431617			
14	60	22,183358	21,94299764			
15	74	60,73015	62,13203101			
16	88	96,871423	94,81698988			
17	102	111,54958	112,5735614			
18	116		120,7013588	Prévision		
19	130		124,1673773	Prévision		
20	137		125,0423926	Prévision		
21	151		125,9619411	Prévision		
22						





Les modèles exponentiels sont étudiés dans le prolongement des acquis de lycée en lien avec de nombreuses situations professionnelles, comme les indices de nutrition.

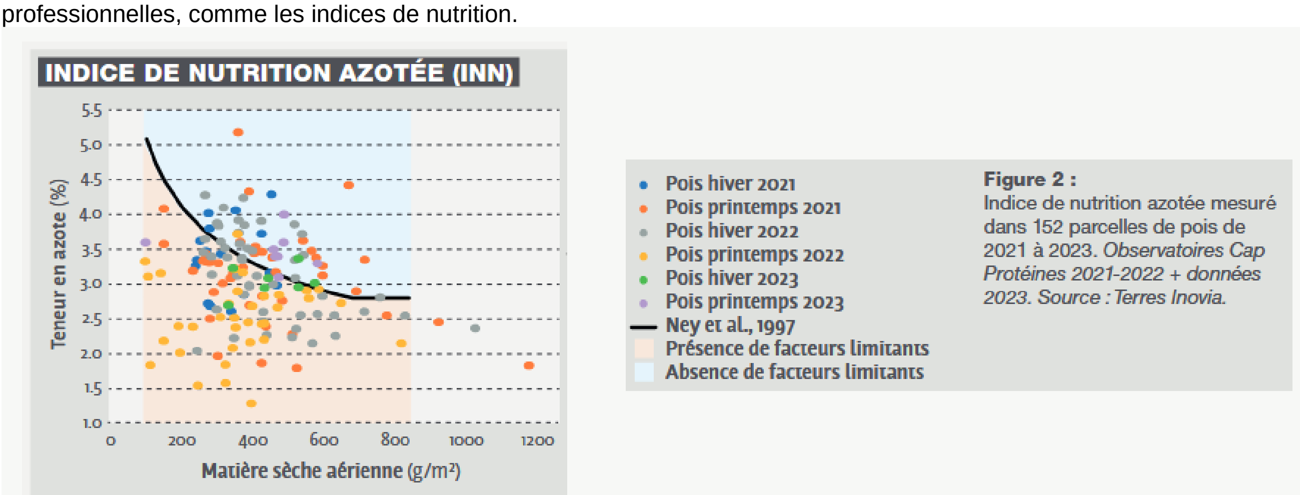


Figure 2 : Indice de nutrition azotée mesuré dans 152 parcelles de pois de 2021 à 2023. *Observatoires Cap Protéines 2021-2022 + données 2023. Source : Terres Inovia.*

Autre ressource : https://fertilisation-edu.fr/nutrition-des-plantes/le-diagnostic-de-nutrition/les-indices-de-nutrition.html#inn

Si les études de fonctions ont été déjà été mobilisées sur les autres capacités, il convient de n'y faire référence dans cette capacité que pour l'usage.

C4.3 Ajuster, dans un contexte de transitions, la conduite d’un système d’élevage

<u>Mobilisation d’indicateurs de conduite et de maîtrise des opérations techniques</u>

La construction de bases de données suivant un format défini et associée à l’utilisation de scripts **R** permet au technicien de créer ses propres outils de suivi.

<u>Exemple</u> : Un contrôle laitier de l’année 2024 donne pour 40 vaches laitières d’une exploitation les taux butyreux moyens sur l’année, renseigné dans le fichier TB-tot24.csv

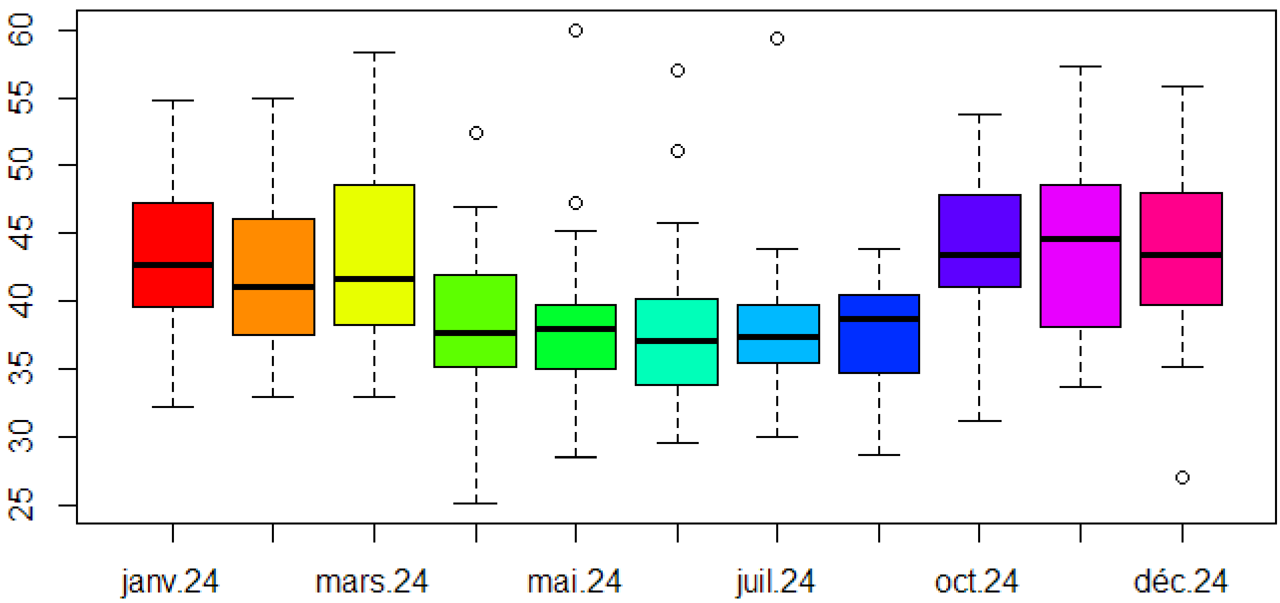
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	NOM	janv-24	févr-24	mars-24	avr-24	mai-24	juin-24	juil-24	sept-24	oct-24	nov-24	déc-24
2	BARTE	43,3	36,9	36,9	35,4	40,7	51,1	43,9				41,5
3	CABRIOLE	52				47,2	37,3	38,2	43,9	52,6	50,8	50,6
4	DINETTE	47,9	48,6		44				35,9	44	48,7	46,9
5	DOLLIE		34,2	48,6	37	35,5	36,3	31,6	40,7		46,8	
6	DOMAINE		37,6	34,2	37,4	38,4	37,7	39,7	42,6	47,8		
7	ECAILLE	41,9		37,6					35,4	40,2	48,8	42
8	ELEGANCE		33,6	52,6	34,9	31,8	29,5	35	38,4		41,4	
9	EQUINE	32,2	41,4	41,6	35,3	31,2	32,1	32,2		52	50,5	36,5

Le script **R** suivant permet de se représenter les variations des taux butyreux du troupeau suivant les mois de l’année. Tout d’abord il faut transformer le fichier csv en fichier exploitable par **R** (csv2 est lié aux décimales sous forme de virgule)

La mise en qualité de données est à développer en s’appuyant sur ce qui est réalisé dans l’enseignement de TIM

```
TB24=read.csv2("TB24-tot.csv",row.names = 1)#indique la première ligne comme légende
TB24 # affiche les premières lignes pour vérifier le transfert du fichier
    NOBOVI janv.24 févr.24 mars.24 avr.24 mai.24 juin.24 juil.24 sept.24 oct.24 nov.24 déc.24
1    BARTE    43.3    36.9    36.9   35.4   40.7    51.1    43.9      NA     NA     NA   41.5
2 CABRIOLE    52.0      NA      NA     NA   47.2    37.3    38.2    43.9   52.6   50.8   50.6
3  DINETTE    47.9    48.6      NA   44.0     NA      NA      NA    35.9   44.0   48.7   46.9
4   DOLLIE      NA    34.2    48.6   37.0   35.5    36.3    31.6    40.7     NA   46.8     NA
5  DOMAINE      NA    37.6    34.2   37.4   38.4    37.7    39.7    42.6   47.8     NA     NA
6  ECAILLE    41.9      NA    37.6     NA     NA      NA      NA    35.4   40.2   48.8   42.0
```

```
boxplot(TB24,col=rainbow(11))
```

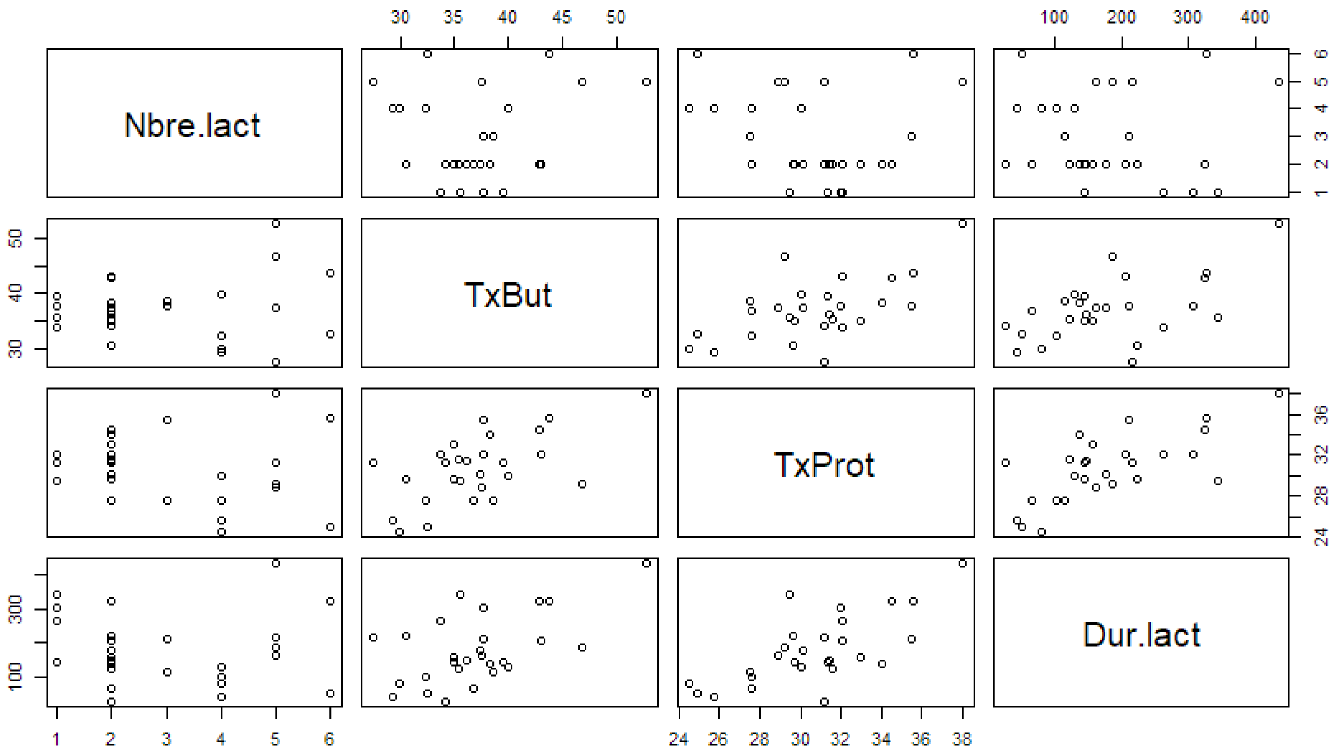


Si la base de données est renseignée de la même façon les années à venir, le graphique se complète automatiquement, sans changer le script. Ce type de graphique peut être exploité dans différentes situations : au sein d'un groupe d'éleveurs pour comprendre des écarts de production et trouver ensemble des leviers d'améliorations sur une même année, ou pour un même éleveur sur différentes années.
Un contrôle laitier renseigne sur bien d'autres indicateurs : nombre de lactations, taux butyreux, taux protéiques, durée de lactation depuis le dernier vêlage, leucocytes, …
Le logiciel **R** permet de voir très facilement les corrélations entre les différents indicateurs :

Exemple : Le relevé du contrôle laitier de juin 2023 renseigne des indicateurs

	A	B	C	D	E
1		Nbre-lact	TxBut	TxProt	Dur-lact
2	CABRIOLE	5	52,7	38	434
3	DINETTE	6	43,8	35,6	325
4	ESTHETE	6	32,5	24,9	51
5	EQUINE	5	27,5	31,2	215
6	EXCUSE	5	37,5	28,9	160
7	FIGURINE	4	29,9	24,5	80
8	FAKIR	5	46,8	29,2	185
9	GELEE	4	29,3	25,7	42
10	GAUTION	4	32,4	27,6	101
11	GEODE	4	39,9	30	128
12	HARDIE	3	38,5	27,5	115

```
CL23=read.csv2("CL-juin23.csv",row.names = 1)
plot(CL23)
```



Les grandeurs « taux butyreux » et « taux protéique » sont corrélées, comme le « taux butyreux » et la « durée de lactation », ce qui est confirmé techniquement car plus on est loin par rapport au pic de lactation, plus la quantité de lait diminue et le taux butyreux augmente. Il est alors important de travailler avec l'enseignant de zootechnie pour s'assurer des éventuelles causalités.

On peut alors étudier les corrélations via le tableur ou directement sous **R**

```
lm(CL23$TxBut~CL23$Dur.lact)
```

```
Call:
lm(formula = CL23$TxBut ~ CL23$Dur.lact)

Coefficients:
  (Intercept)  CL23$Dur.lact
      31.6306         0.0302
```

Ce qui signifie que le **Taux butyreux = 0,0302 * Durée de lactation + 31,6306**, le taux butyreux augmentant d'environ 0,03 par jour de lactation supplémentaire. La fonction `summary` renseigne sur la qualité de l'ajustement

```
summary(lm(CL23$TxBut~CL23$Dur.lact))
```

```
Call:
lm(formula = CL23$TxBut ~ CL23$Dur.lact)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-10.6227  -2.7254   0.0855   2.8847   9.5832

Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   31.630550   1.861660  16.991 3.04e-15
CL23$Dur.lact  0.030196   0.009112   3.314  0.00281

(Intercept)   ***
CL23$Dur.lact **
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.701 on 25 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3052,    Adjusted R-squared:  0.2774
F-statistic: 10.98 on 1 and 25 DF,  p-value: 0.002807
```

L'existence de la corrélation est donc très significative (p-value < 0,01).
La valeur de 0,002807 signifie qu'on a moins de 0,3% de chances de se tromper si on considère qu'il y a une corrélation entre le taux butyreux et la durée de lactation.

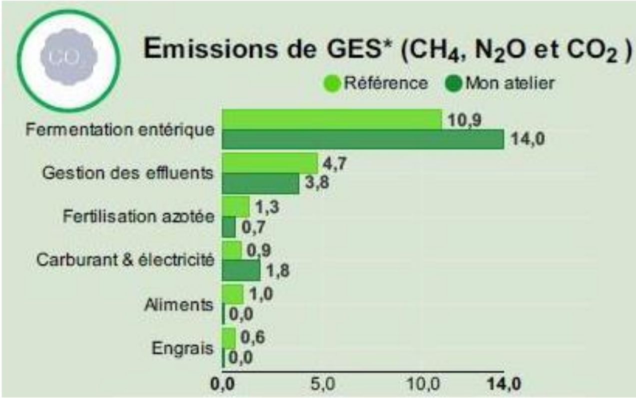
Le suivi de croissance amène à s'intéresser aux courbes de croissance en lien avec les modèles théoriques usuels : logistique simple, Gompertz, Von Bertalanffy,... Cela doit être l'occasion de remobiliser les connaissances antérieures sur les fonctions usuelles permettant une analyse des courbes de croissance en y donnant du sens (extremum, vitesse de croissance, variation de la vitesse de croissance, etc.) afin de déceler d'éventuels problèmes en lien avec l'influence de différents paramètres et ainsi décider d'un ajustement dans la conduite d'élevage.
A partir d'un modèle de croissance choisi, le technicien qui dispose d'un relevé de données peut alors s'appuyer sur l'outil solveur du tableur pour définir les paramètres de ce modèle et en déterminer l'évolution future à l'instar de ce qui a été abordé en C41 et C42.

Des exemples : https://hal.inrae.fr/hal-02748803/document

Si les études de fonctions ont déjà été mobilisées sur les autres capacités, il convient de n'y faire référence dans cette capacité que pour l'usage.

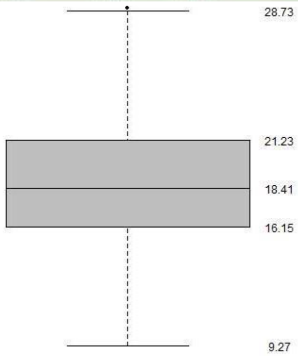
- **Du côté des automatismes.**

Dans le cadre du bloc 4, il paraît utile de privilégier les automatismes relatifs aux sens des opérations, calculs de proportions et pourcentages, équations de droites, représentations graphiques, calculs statistiques, usages de formules...
La très grande disponibilité d'indicateurs fournit une ressource diversifiée à exploiter pour favoriser la contextualisation des usages :



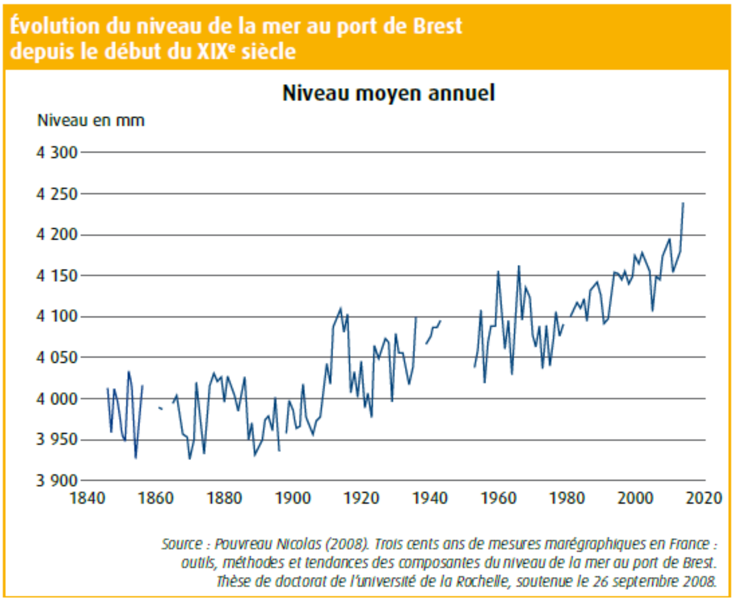
Exemples :

- Le graphique suivant donne les émissions de GES, pour différents postes, d'une référence par rapport à un atelier :
  - Déterminer l'excédent en pourcentage de la production de GES dans le cadre de la fermentation entérique d'un atelier par rapport à la référence.
  - Déterminer la réduction, exprimée en pourcentage, de carburant et d'électricité à réaliser pour atteindre le niveau de référence d'émission de GES.



- On donne le diagramme en boite ci-contre, résultat d'un sondage sur l'émission en GES exprimée en kg eqCO2 / kgvv (kg viande vive) de 607 élevages naisseurs
  - Donner la médiane de cet échantillon et en donner une interprétation.
  - Pour l'élevage le plus vertueux ; comparer l'impact en GES de l'élevage d'un troupeau de 50 vaches de 400 kgvv à celle d'une voiture citadine émettant 100 g eqCO2/km parcourant 10 000 km par an. (on peut aussi utiliser des ordres de grandeur).

- Sur un site de litières pour chevaux, il est écrit : « Une livraison de sacs chargés individuellement (appelée « charge au sol ») peut nécessiter deux heures de déchargement pour une équipe de cinq personnes. ». Donner le temps nécessaire à une équipe de 4 personnes pour décharger deux livraisons.
- Dans un local de stockage, le linéaire total d'un rayon contenant des palettes de tailles identiques est de 25 mètres, Les palettes contenant le terreau s'étalent sur 3m. A quelle proportion du linéaire total, exprimée en pourcentage, correspond le linéaire de terreau ?
- Le montant de la location d'un local commercial a augmenté de 4% en entre 2017 et 2018 puis de 7% entre 2018 et 2019. Déterminer une valeur approchée du taux d'évolution sur la période 2017 – 2019.
- Estimer, à l'aide du graphique ci-contre, l'augmentation annuelle exprimée en mm du niveau de la mer au port de Brest à partir de 2020.



- Une partie de la matière organique du sol est « consommée » tous les ans par les micro-organismes du sol. Ce mécanisme est appelé la minéralisation. Le coefficient K2 (ou coefficient de minéralisation) correspond à la proportion d'humus qui disparaît chaque année.
  Une formule pour calculer ce coefficient est donnée par :

  $$K2 = \frac{0,6T - 3}{(1 + 0,05A)(100 + 0,15C)}$$ où

  T est la température moyenne annuelle,
  A est la teneur en argile en %,
  C est la teneur en CaC03 en ‰.
  - Déterminer le K2 pour T = 14,5°C, A = 25% et C = 400 ‰ et l'interpréter dans le contexte agronomique.
  - Préciser comment évolue le K2 si la température augmente. L'interpréter en contexte.
  - Même question si A augmente, puis si C diminue.

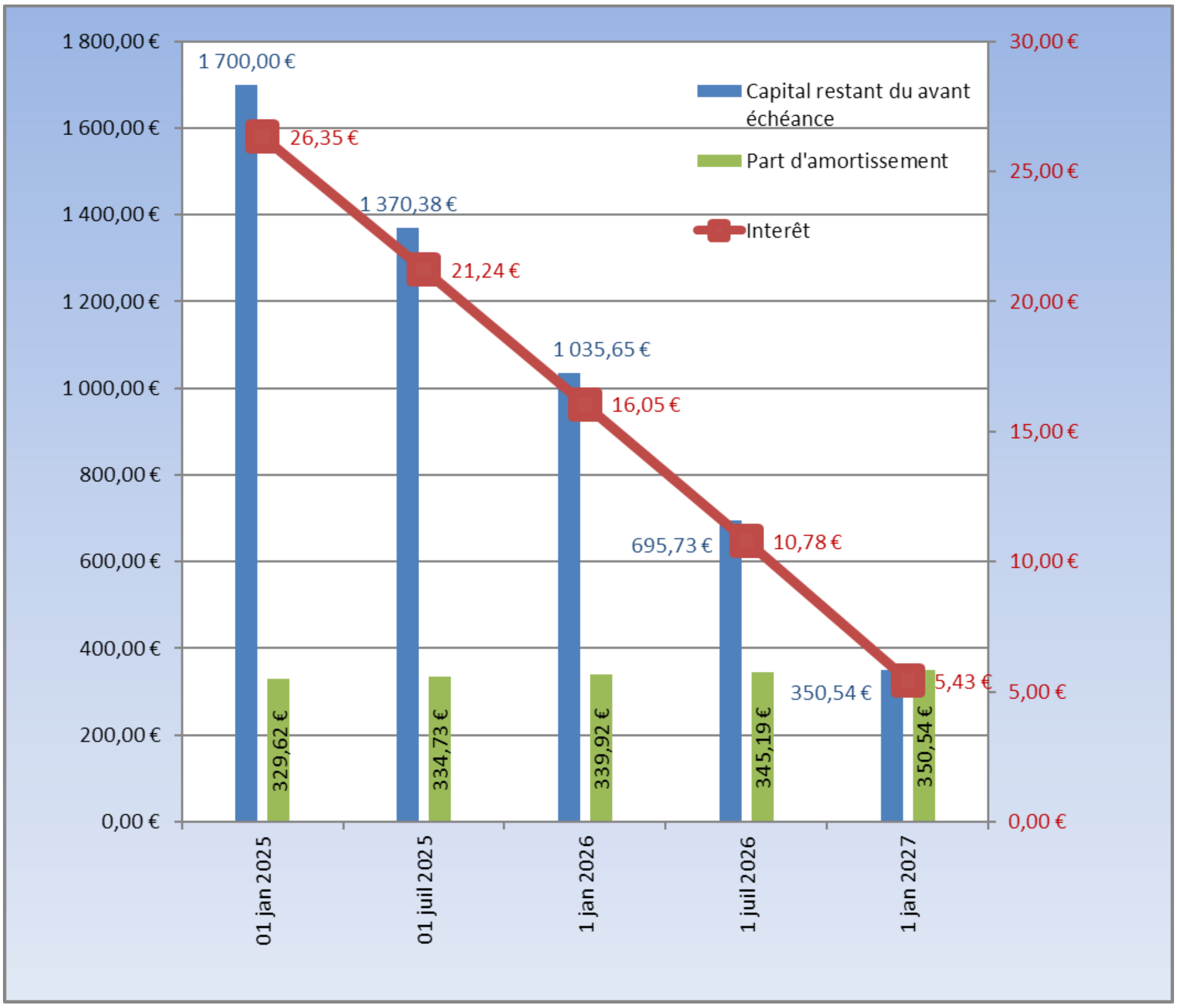
C5.3 – Estimer les conséquences économiques, sociales, juridiques et financières de la mise en œuvre d'un projet

Analyse financière d'un projet

Comme pour chacune des capacités dans lesquelles les mathématiques interviennent, l'approche doit être progressive et concrète dans un premier temps avant de donner la démarche théorique et les formules mathématiques utilisées.
L'enseignement des mathématiques est ici encore en appui de ce qui aura été enseigné en SESG sur ce qu'est un amortissement d'emprunt, une échéance (mensualité, trimestrialité, annuité, …). La difficulté de compréhension réside dans le fait que l'amortissement est la partie du capital qui est remboursée, qu'elle varie au cours du temps et que le reste du capital à rembourser est soumis pour chaque échéance au taux d'intérêt alors que l'échéance de remboursement reste constante.
C'est l'occasion de montrer, face à l'impossibilité de le faire empiriquement, la nécessité du raisonnement mathématique.

- ***Première approche graphique pour comprendre le principe***

Voici un exemple de diagramme qui représente des données du tableau d'amortissement d'un emprunt de 1700 €, à 1,55% par semestre avec 5 échéances, contracté par un agriculteur pour rénover une partie de la stabulation.



La lecture graphique permet dans un premier temps de comprendre le fonctionnement du remboursement d'un prêt avant d'opérer les calculs qui justifient les valeurs.
En janvier 2025, les intérêts à payer sont de 1700 € ×0,0155 = 26,35 € et l'amortissement de 329,62 € (dont on verra juste après comment le calculer), soit une semestrialité de 329,62 + 26,35 = 355,97 €.
Le capital restant dû est 1700 € – 329,62 € = 1370,38 €.
Ce capital restant à rembourser est soumis également au taux de 1,55%, donc les intérêts sont 21,24 € au semestre suivant. La semestrialité constante de 355,97 € est décomposée en intérêts de 21,24 € et donc l'amortissement de 355,97 € – 21, 24 € = 334,73 €.
A noter qu'au fil du temps, comme l'échéance est constante, les intérêts diminuent et l'amortissement du capital à rembourser augmente.

- ***Deuxième approche pour comprendre le calcul de l'échéance.***

Pour le calcul de l'échéance E de l'exemple précédent, la modélisation sous forme de suite s'impose. C_n est le capital restant à rembourser lors de la n-ième échéance et il est à chaque fois soumis au taux d'intérêt de 1,55 %.
Par définition C_0 = 1 700 et C_5 = 0 puisqu'il y a 5 échéances.

$$C_1 = C_0\left(1+\frac{1,55}{100}\right) - E = 1700\times 1,0155 - E$$

$$C_2 = C_1\left(1+\frac{1,55}{100}\right) - E = (1700\times 1,0155 - E)\times 1,0155 - E = 1700\times 1,0155^2 - E\times 1,0155 - E$$

$$C_3 = C_2\left(1+\frac{1,55}{100}\right) - E = (1700\times 1,0155^2 - E\times 1,0155 - E)\times 1,0155 - E = 1700\times 1,0155^3 - E\times 1,0155^2 - E\times 1,0155 - E$$

Ainsi, par un raisonnement itératif :

$$C_5 = 1700\times 1,0155^5 - E\times 1,0155^4 - E\times 1,0155^3 - E\times 1,0155^2 - E\times 1,0155 - E = 0,$$

soit $1700\times 1,0155^5 = E\times 1,0155^4 + E\times 1,0155^3 + E\times 1,0155^2 + E\times 1,0155 + E \approx 5,15742E$, soit E ≈ 355,97 €
Les amortissements du capital, pour chaque échéance, se déduisent par soustraction des intérêts à l'échéance.

- ***Construction d'un tableau d'amortissement avec un tableur***

Un emprunt de 25000€ est contracté au taux de 1,1% annuel sur une durée de 36 mois afin d'acheter un tracteur d'occasion. Les remboursements s'effectueront le 1^er de chaque mois à partir du mois de janvier.

Le taux mensuel équivalent est $\left(1+\frac{1,1}{100}\right)^{\frac{1}{12}} - 1 \approx 0,000912 = 0,0912\%$. Mais l'usage veut que le taux mensuel équivalent moyen utilisé soit $\frac{1,1}{12} = 0,091666... \approx 0,0917$, valeur très proche car les valeurs des taux sont proches de 0.
Par analogie avec ce qui a été fait sur l'exemple précédent et en lien avec les connaissances sur les suites géométriques, l'échéance (ici la mensualité) se détermine en résolvant l'équation :

$$25000\times 1,000917^{36} = E\times 1,000917^{35} + E\times 1,000917^{34} + ... + E\times 1,000917 + E = \frac{1-1,000917^{36}}{1-1,000917}E$$

Soit E ≈ 706,28 €
Cette échéance est constituée de l'amortissement A_n du capital C_n à rembourser et de la part d'intérêt I_n lors du règlement de n-ième échéance.

$C_n = 1,000917C_{n-1} - E \qquad I_n = 0,000917C_n \qquad A_n = E - I_n$

Ces relations de récurrence permettent de remplir ce qui est appelé « tableau d'amortissement » dont on fixe les paramètres au début.

	A	B	C	D	E
1	Montant du prêt	Taux annuel	Taux mensuel équivalent	Durée du prêt en mois	Mensualité
2	25000	0,011	0,000916667	36	=VPM($C$2;$D$2;$A$2)*(-1)
3					VPM(taux; npm; va; [vc]; [type])

1^ère étape : Calcul du taux (ici mensuel équivalent).
Dans le cellule C2 entrer : **=$B$2/12**

2^ème étape : Calcul du montant de l'échéance (ici mensualité) en utilisant la fonction VPM (Valeur de PaieMent)
Dans la cellule E2 entrer : **=VPM($C$2;$D$2;$A$2)*(-1)** (la multiplication par -1 permet d' obtenir un nombre positif)
La fonction **VPM** donne la valeur de l'échéance dont on peut démontrer l'expression :

$$E = C_0\frac{t\left(1+\frac{t}{100}\right)^n}{\left(1+\frac{t}{100}\right)^n - 1} = C_0\frac{t}{1-\left(1+\frac{t}{100}\right)^{-n}}$$

Cette expression n'est pas à connaitre mais elle doit être expliquée à l'aide d'un travail sur la somme des termes de suites géométriques qui a permis son élaboration.

La suite de la construction du tableau d'amortissement se fait en tenant compte des relations de récurrence après avoir inscrit dans les cellules A5 à A40 les dates d'échéances du 1er janvier 2025 au 1er décembre 2027.

	A	B	C	D	E	F
1	Montant du prêt	Taux annuel	Taux mensuel équivalent	Durée du prêt en mois	Mensualité (Échéance)	
2	25000	0,011	0,000916667	36	706,28 €	
3						
4	Mensualité	Capital restant dû avant échéance	Intérêt	Part d'amortissement	Mensualité (Échéance)	Capital restant dû après échéance
5	01/01/2025	25000	22,92	683,37 €	706,28 €	24 316,63 €
6	01/02/2025	24 316,63 €	22,29	683,99 €	706,28 €	23 632,64 €
7	01/03/2025	23 632,64 €	21,66	684,62 €	706,28 €	22 948,02 €
8	01/04/2025	22 948,02 €	21,04	685,25 €	706,28 €	22 262,77 €
9	01/05/2025	22 262,77 €	20,41	685,88 €	706,28 €	21 576,89 €
10	01/06/2025	21 576,89 €	19,78	686,51 €	706,28 €	20 890,39 €
11	01/07/2025	20 890,39 €	19,15	687,13 €	706,28 €	20 203,25 €
12	01/08/2025	20 203,25 €	18,52	687,76 €	706,28 €	19 515,49 €
13	01/09/2025	19 515,49 €	17,89	688,39 €	706,28 €	18 827,09 €
14	01/10/2025	18 827,09 €	17,26	689,03 €	706,28 €	18 138,07 €
15	01/11/2025	18 138,07 €	16,63	689,66 €	706,28 €	17 448,41 €
16	01/12/2025	17 448,41 €	15,99	690,29 €	706,28 €	16 758,12 €
17	01/01/2026	16 758,12 €	15,36	690,92 €	706,28 €	16 067,20 €
18	01/02/2026	16 067,20 €	14,73	691,56 €	706,28 €	15 375,64 €
32	01/04/2027	6 327,52 €	5,80	700,48 €	706,28 €	5 627,04 €
33	01/05/2027	5 627,04 €	5,16	701,13 €	706,28 €	4 925,91 €
34	01/06/2027	4 925,91 €	4,52	701,77 €	706,28 €	4 224,14 €
35	01/07/2027	4 224,14 €	3,87	702,41 €	706,28 €	3 521,73 €
36	01/08/2027	3 521,73 €	3,23	703,06 €	706,28 €	2 818,67 €
37	01/09/2027	2 818,67 €	2,58	703,70 €	706,28 €	2 114,97 €
38	01/10/2027	2 114,97 €	1,94	704,35 €	706,28 €	1 410,63 €
39	01/11/2027	1 410,63 €	1,29	704,99 €	706,28 €	705,64 €
40	01/12/2027	705,64 €	0,65	705,64 €	706,28 €	0,00 €

La matrice de gain comme outil prévisionnel de gestion du risque économique

Lorsqu'une entreprise agricole décide de substituer une production à une autre, cela a une incidence sur son résultat. La valeur de ce résultat dépend de la formulation d'hypothèses techniques et économiques plus ou moins optimistes en fonction de la perception qu'ont les décideurs des futurs possibles. Il y a donc risque de ne pas atteindre les résultats escomptés. La matrice de gain présente les résultats obtenus en testant différentes hypothèses tenant compte des variables les plus déterminantes dans l'élaboration du résultat. Elle permet de quantifier les risques pris et aide le décideur à développer un comportement rationnel face au risque et selon les hypothèses de calcul retenues.
Pour construire cette matrice de gain, il faut avoir identifié les variables qui influent de manière prépondérante sur l'obtention du résultat. Les enseignants de disciplines techniques ou de gestion sont en appui sur ce point.
Pour estimer le résultat obtenu en fonction des différentes valeurs prises par les variables déterminantes, **une parfaite maitrise du sens des opérations, de leur manipulation avec de nombreuses données et fonctionnalités du tableur sont absolument essentielles.** Le rôle de l'enseignant de mathématiques est d'être en appui de l'enseignant de SESG en faisant pratiquer, en situation, ces automatismes de raisonnement et utilisation du tableur afin de rendre autonome les élèves.

L'exemple ci-après peut aussi se transposer dans des situations techniques agronomiques dont la finalité principale serait la prévision de risque en faisant varier les valeurs de paramètres.

Exemple :
Une exploitation agricole de vaches laitières décide de remplacer, pour l'apport protéiné, l'achat de tourteau de soja par sa propre production de lupin. On dispose des données suivantes :

- L'entreprise a un besoin annuel de 70 T de tourteaux de soja
- 1,5 kg de lupin remplace environ 1 kg de tourteau de soja
- Les charges variables du lupin s'évaluent à 400 €/ha
- Le tourteau de soja est estimé à 430 € la tonne (septembre 2024)
- Le rendement du lupin est variable, entre 2 et 4T/ha
- La marge de la culture du blé est d'environ 700 €/ha

L'incidence de ce changement sur l'excédent brut de l'exploitation (indicateur de résultat) va être fortement dépendant du prix du soja et du rendement en lupin obtenu.
Il importe d'abord de déterminer la surface nécessaire à la culture du lupin :
Le besoin en lupin est de 70*1,5 = 105 T de lupin.
La surface nécessaire à la culture du lupin est donc 105/(Rendement lupin). La matrice de gain donne ce que l'on gagne en n'achetant plus le soja, mais il faut déduire les charges liées au lupin (400 €/ha) et ce que l'on ne gagne plus en blé (700 €/ha), soit une perte de 1100 €/ha.

SOMME | =C$2*70-(105/$A4)*(1100)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					Soja €/T			
2	Lupin Rdt T/ha	400	410	420	430	440	450	460
3	2	-29750	-29050	-28350	-27650	-26950	-26250	-25550
4	2,5	-18200	=C$2*70-(1	-16800	-16100	-15400	-14700	-14000
5	3	-10500	-9800	-9100	-8400	-7700	-7000	-6300
6	3,5	-5000	-4300	-3600	-2900	-2200	-1500	-800
7	4	-875	-175	525	1225	1925	2625	3325

La maitrise des fonctions avancées du tableur est à développer en s'appuyant sur ce qui est réalisé dans l'enseignement de TIM

La tendance baissière du cours du tourteau de soja est un autre paramètre à prendre en compte dans la prise de décision du remplacement de ce complément protéiné par du lupin.

Sources :
Les outils de gestion prévisionnelle de l'entreprise agricole, partie 2, Educagri Editions 2023
[Culture du lupin blanc: indicateurs (terresinovia.fr)]

Annexe 1

Valeurs critiques du coefficient de corrélation en valeur absolue

Nombre de valeurs	Valeur absolue du coefficient de corrélation	
	Existence d'une corrélation significative	Existence d'une corrélation très significative
3	0,9969	0,9999
4	0,9500	0,9900
5	0,8783	0,9587
6	0,8114	0,9172
7	0,7545	0,8745
8	0,7067	0,8343
9	0,6664	0,7977
10	0,6319	0,7646
11	0,6021	0,7348
12	0,5760	0,7079
13	0,5529	0,6835
14	0,5324	0,6614
15	0,5140	0,6411
20	0,4438	0,5614
25	0,3961	0,5052
30	0,3610	0,4629
35	0,3338	0,4296
40	0,3120	0,4026
45	0,2940	0,3801
50	0,2787	0,3610
60	0,2542	0,3301
70	0,2352	0,3060
80	0,2199	0,2864
100	0,1966	0,2565
150	0,1603	0,2097
200	0,1388	0,1818
300	0,1133	0,1485

Par exemple, si n = 30 et que le coefficient de corrélation est supérieur à 0,361 (respectivement 0,4629), alors on peut affirmer, avec un niveau de confiance de 95% (respectivement 99%) qu'il existe une corrélation dite « significative » (respectivement « très significative ») entre les deux grandeurs.