

# ESTIMATION

On veut étudier un paramètre, par exemple la moyenne ou l'écart-type, d'un caractère quantitatif d'une population  $\mathcal{P}$ . On travaille sur un échantillon  $\mathcal{E}$  de cette population et on se pose les questions :

- Que peut-on déduire de la valeur observée du paramètre dans  $\mathcal{E}$  pour la valeur du paramètre dans  $\mathcal{P}$  ?
- avec quelle confiance ?

Dans la suite, on suppose que l'effectif de la population est suffisamment grand pour que le prélèvement aléatoire d'un échantillon ne modifie pas notablement la population étudiée et, ainsi, puisse être assimilé à un tirage avec remise.

## I - Estimation ponctuelle d'un paramètre

### 1°) - Estimation ponctuelle d'un pourcentage

#### a) - Problème

$\mathcal{E}$  est un échantillon aléatoire de taille  $n$  de  $\mathcal{P}$ . Une modalité d'un caractère qualitatif est observée avec une proportion  $p$  dans  $\mathcal{P}$  et avec une fréquence  $f_{\mathcal{E}}$  dans  $\mathcal{E}$ . Quel lien y a-t-il entre  $p$  et  $f_{\mathcal{E}}$  ?

#### b) - Définition

$f_{\mathcal{E}}$  est une **estimation ponctuelle** (sans biais) de  $p$ .

#### Exercice 1

Un sondage effectué auprès de 150 personnes choisies de façon aléatoire dans une circonscription donne 45 suffrages au candidat A. Donner une estimation ponctuelle de la proportion  $p$  d'électeurs favorables au candidat A. (**Réponse** :  $p$  est estimée par 0,3.)

### 2°) - Estimation ponctuelle d'une moyenne et d'un écart-type

#### a) - Problème

$\mathcal{E}$  est un échantillon aléatoire de taille  $n$  de  $\mathcal{P}$ . Un caractère quantitatif a pour moyenne  $\mu$  et pour écart-type  $\sigma$  dans  $\mathcal{P}$ , pour moyenne  $m_{\mathcal{E}}$  et pour écart-type  $s_{\mathcal{E}}$  dans  $\mathcal{E}$ . Quel lien y a-t-il entre  $\mu$  et  $m_{\mathcal{E}}$  ? entre  $\sigma$  et  $s_{\mathcal{E}}$  ?

#### b) - Définition

$m_{\mathcal{E}}$  et  $\hat{s}_{\mathcal{E}}^2 = \frac{n}{n-1} s_{\mathcal{E}}^2$  sont des **estimations ponctuelles** (sans biais) respectivement de  $\mu$  et de  $\sigma^2$ .

$\hat{s}_{\mathcal{E}}^2$  est la **variance corrigée** de l'échantillon et  $\hat{s}_{\mathcal{E}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} s_{\mathcal{E}}$  est son **écart-type corrigé**.

#### Exercice 2

Un contrôle portant sur une machine emballant automatiquement et en série des plaques de beurre, fournit les résultats suivants :

|                   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Masse en g        | 247 | 248 | 249 | 250 | 251 | 252 | 253 | 254 |
| Nombre de plaques | 2   | 6   | 8   | 13  | 11  | 5   | 3   | 2   |

Déterminer une estimation ponctuelle de la moyenne  $\mu$  de la masse des plaques de beurre emballées et une estimation ponctuelle de son écart-type  $\sigma$ . (**Réponse** :  $\mu$  est estimée par 250,24 g et  $\sigma$  par 1,67 g.)