Exercice 1

On a la distribution observée suivante :

	guéris	non guéris	
A	75	25	100
B	65	35	100
	140	60	

Si le médicament n'est pas efficace, la répartition des guérisons est indépendante du traitement administré. La répartition des 140 guéris devrait se faire proportionnellement aux effectifs marginaux 100 et 100. On obtient la répartition théorique suivante :

	guéris	non guéris	
A	70	30	100
B	70	30	100
	140	60	

$\alpha = 5\ \%$; $\nu = (2-1)\times(2-1) = 1$; $\chi^2_{0,05} = 3{,}841$. Comme $t_{obs} \approx 2{,}38 < 3{,}841$, on accepte l'indépendance au seuil de 5 %. Le médicament ne semble pas efficace.

Remarque

On aurait pu aussi répondre à la question en prenant le groupe traité avec le placebo comme groupe témoin et faire un test de comparaison de proportions dans les deux échantillons.

On compare les pourcentages p_A et p_B de guéris dans les deux populations A et B respectivement.

Hypothèse nulle : H_0 : "$p_A = p_B$".

Hypothèse alternative : H_1 : "$p_A \neq p_B$". Le test est bilatéral.

Variable de décision : $T = \dfrac{F_A - F_B}{\sqrt{F\,(1-F)\left(\dfrac{1}{100}+\dfrac{1}{100}\right)}}$ où F_A et F_B sont les variables aléatoires indépendantes qui, aux échantillons de tailles 100 dans les populations A et B, associent les fréquences de guéris. On pose $F = \dfrac{100\,F_A + 100\,F_B}{200}$, la valeur observée de F est $f_{obs} = 0{,}7$. On approche la loi de T, sous l'hypothèse H_0, par la loi normale $\mathcal{N}(0\,;\,1)$ car 100 est supérieur à 30, $100\times 0{,}7 = 70$ est supérieur à 15 et $100\times 0{,}70\times 0{,}3 \approx 21$ est supérieur à 5

Détermination de la zone d'acceptation :

Seuil de confiance : $\alpha = 5\ \%$.

Sous l'hypothèse H_0, le fait que $F_A - F_B$ prenne des valeurs "éloignées" de 0 est rare. La zone d'acceptation est l'intervalle $[-1{,}96\,;\,1{,}96]$.

Règle de décision : Si $|t_{obs}| \leq 1{,}96$: on accepte H_0. Si $|t_{obs}| > 1{,}96$: on refuse H_0.

Réalisation du test : T prend la valeur $t_{obs} \approx 1{,}54$. $|t_{obs}| \approx |1{,}54| \leq 1{,}96$: on accepte H_0. Il ne semble pas y avoir de différence significative entre les deux pourcentages de guérisons, le médicament ne semble pas efficace.

Exercice 2[2]

Effectifs observés

Groupe / Rhésus	A	B	AB	O	
+	378	66	38	369	851
–	62	12	8	67	149
	440	78	46	436	

Effectifs théoriques

Groupe / Rhésus	A	B	AB	O
+	374,44	66,378	39,146	371,036
–	65,56	11,622	6,854	64,964

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 3$; $\chi^2_{0,05} = 7{,}815$; comme $t_{obs} \approx 0{,}54 < 7{,}815$, on accepte l'indépendance du groupe sanguin et du facteur Rhésus au seuil de 5 %.

Exercice 3

Races	Vêlages	Avortements	
1	18	8	26
2	9	5	14
3	11	4	15
4	12	4	16
	50	21	71

Races	Vêlages	Avortements	
1	18,30985915	7,690140845	26
2	9,85915493	4,14084507	14
3	10,56338028	4,436619718	15
4	11,26760563	4,732394366	16
	50	21	71

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 3$; $\chi^2_{0,05} = 7{,}815$; comme $t_{obs} \approx 0{,}49 < 7{,}815$, on accepte l'indépendance entre les races et la fréquence des avortements au seuil de 5 %.

Exercice 4

	Fleurs simples	Fleurs doubles	
Feuilles non dentées	41	24	65
Feuilles dentées	74	81	155
	115	105	220

	Fleurs simples	Fleurs doubles	
Feuilles non dentées	33,9772727	31,0227273	65
Feuilles dentées	81,0227273	73,9772727	155
	115	105	220

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 1$; $\chi^2_{0,05} = 3{,}841$. Comme $t_{obs} \approx 4{,}32 > 3{,}841$, on rejette l'indépendance entre les deux critères de classification des plantes au seuil de 5 %.

Exercice 5

Plantes	Traitement 1	Traitement 2	
saines	20	24	44
peu infectées	1	13	14
infectées	11	10	21
très infectées	8	3	11
	40	50	90

Plantes	Traitement 1	Traitement 2	
saines	19,5555556	24,4444444	44
peu infectées	6,22222222	7,77777778	14
infectées	9,33333333	11,6666667	21
très infectées	4,88888889	6,11111111	11
	40	50	90

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 3$; $\chi^2_{0,05} = 7{,}815$; comme $t_{obs} \approx 12 > 7{,}815$, on rejette l'indépendance entre le traitement et l'état de la plante au seuil de 5 %.

Exercice 6

	1	2	3	4	5	6	7	8	
ronds	3	8	9	9	10	10	12	10	71
plats	80	75	95	67	104	69	95	71	656
creux	97	97	76	104	66	101	73	99	713
	180	180	180	180	180	180	180	180	1440

	1	2	3	4	5	6	7	8	
ronds	8,875	8,875	8,875	8,875	8,875	8,875	8,875	8,875	71
plats	82	82	82	82	82	82	82	82	656
creux	89,125	89,125	89,125	89,125	89,125	89,125	89,125	89,125	713
	180	180	180	180	180	180	180	180	1440

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 14$; $\chi^2_{0,05} = 23,68$; comme $t_{obs} \approx 39,86 > 23,68$, on rejette l'indépendance de la forme du tubercule et de l'origine de la plante au seuil de 5 %.

Exercice 7

	Nombre d'œufs non fertiles	**Nombre d'œufs fertiles**	
mâles irradiés	648	4998	5646
mâles normaux	115	6236	6351
	763	11234	11997

	Nombre d'œufs non fertiles	**Nombre d'œufs fertiles**	
mâles irradiés	359,08	5286,92	5646
mâles normaux	403,92	5947,08	6351
	763	11234	11997

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 1$; $\chi^2_{0,05} = 3,841$. Comme $t_{obs} \approx 467 > 3,841$, on rejette l'indépendance de l'irradiation et de la fertilité au seuil de 5 %.

Exercice 8

	B	**non B**	
A	40	20	60
non A	10	30	40
	50	50	100

	B	**non B**	
A	30	30	60
non A	20	20	40
	50	50	100

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 1$; $\chi^2_{0,05} = 3,841$. Comme $t_{obs} \approx 16,7 > 3,841$, on rejette l'indépendance des deux caractères au seuil de 5 %.

Exercice 9

		Âge du conducteur					
		21-30	**31-40**	**41-50**	**51-60**	**61-70**	
Nombre d'accidents	**0**	748	821	786	720	672	3747
	1	74	60	51	66	50	301
	2	31	25	22	16	15	109
	plus de 2	9	10	6	5	7	37
		862	916	865	807	744	4194

		Âge du conducteur					
		21-30	**31-40**	**41-50**	**51-60**	**61-70**	
Nombre d'accidents	**0**	770,13	818,37	772,81	720,99	664,70	3747
	1	61,87	65,74	62,08	57,92	53,40	301
	2	22,40	23,81	22,48	20,97	19,34	109
	plus de 2	7,603	8,08	7,63	7,12	6,56	37
		862	916	865	807	744	4194

$\alpha = 5$ % ; $\nu = 12$; $\chi^2_{0,05} = 21,03$; comme $t_{obs} \approx 14,40 < 21,03$, on accepte l'indépendance de l'âge et du nombre d'accident au seuil de 5 %.

$\alpha = 1$ % ; $\nu = 12$; $\chi^2_{0,05} = 26,22$; comme $t_{obs} \approx 14,40 < 26,22$, on accepte l'indépendance de l'âge et du nombre d'accident au seuil de 1 %.
