Document d'accompagnement thématique

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE ET DE LA SOUVERAINETÉ ALIMENTAIRE
Liberté Égalité Fraternité

ENSEIGNEMENT AGRICOLE L'AVENTURE DU VIVANT LES MÉTIERS GRANDEUR NATURE

Inspection de l'Enseignement Agricole

Diplôme: BTSA Métiers de l'élevage

Thème : Enseignement de mathématiques

Commentaires, recommandations pédagogiques.

L'enseignement des mathématiques doit contribuer, notamment en lien avec les disciplines professionnelles, à l'acquisition des capacités suivantes :

C6.1. Organiser la combinaison des facteurs de production et de gestion du travail
C8.2. Produire des références techniques au service des orientations visées en lien avec le plan d'action visé et la stratégie élaborée
C8.3. Aider à la prise de décision

L'enseignement des mathématiques vise à donner une assise scientifique permettant de comprendre les enjeux de la recherche d'optimum dans des processus de production, d'appréhender l'espace professionnel d'un point de vue géométrique comme dimensionnel, de développer la pensée critique devant des résultats ou encore de communiquer des résultats chiffrés sous une forme adaptée. L'enseignant ou le formateur veille à s'appuyer sur les acquis des apprenants pour développer de nouveaux outils mathématiques dans le but de répondre à des problématiques professionnelles. La mobilisation de ces outils dans le cadre de la résolution de problèmes concourt à la validation des capacités professionnelles susvisées.

L'enseignement des mathématiques est étroitement lié aux enseignements du champ professionnel. Sa mise en œuvre s'appuie fortement sur les situations professionnelles enseignées. Les contextes doivent varier en fonction des situations techniques et provenir de documents issus de sources variées : compte rendu de stages d'apprenants, expérimentations menées sur l'exploitation de l'établissement, dans des structures partenaires ou issues d'organismes professionnels représentatifs, salons professionnels, sites internet tels que celui de l'institut de l'élevage (https://idele.fr/) ou d'autres instituts professionnels, de la statistique agricole du ministère de l'Agriculture et de la Souveraineté alimentaire (https://agreste.agriculture.gouv.fr/agreste-web/), des données relatives à l'agriculture et à l'alimentation de la plateforme ouverte des données publiques françaises (https://www.data.gouv.fr/fr/pages/donnees_agriculture-alimentation/),….

La progression de mathématiques devra être en lien direct avec celle proposée par les disciplines professionnelles en veillant à utiliser un langage commun.

La résolution de problèmes demande de mobiliser des techniques calculatoires. Les calculs, pour une grande partie, peuvent être délégués à un outil de calcul. Il ne s'agit pas ici que l'apprenant développe une virtuosité technique mais plutôt qu'il se positionne comme observateur et se questionne sur les processus mis en œuvre dans le domaine professionnel. La recherche de réponses amène naturellement à élaborer des démarches, à mener des calculs à l'aide d'un outil adapté, à s'assurer de la cohérence de résultats et prendre des décisions.

L'institutionnalisation des notions, phase indispensable dans le processus d'apprentissage, a pour but d'expliciter les savoirs et les savoir-faire afin de donner des repères simples aux apprenants. Ce temps doit être court et synthétique. Les développements théoriques sont réduits à l'essentiel et toujours présentés dans un cadre simple.

Des mathématiques transversales à tous les blocs de compétences.

L'acquisition des capacités professionnelles demande d'aborder de nouvelles notions qui s'appuient de façon implicite sur des connaissances mathématiques acquises dans les classes antérieures du collège et du lycée. Certaines difficultés d'apprentissage de ces nouveaux concepts peuvent provenir d'un manque de maîtrise de ces prérequis. Il est indispensable d'y consacrer régulièrement du temps afin de réactiver et consolider ces savoirs sans entrer dans un schéma de révision. Le choix de réinvestir les notions transversales suivantes est décidé en fonction de la progression choisie :

- Proportion, pourcentage et proportionnalité.
- Sens des opérations, application de formules, représentation graphique de fonctions et exploitation graphique.
- Représentations de diagrammes statistiques pertinents, interprétation et utilisation d'indicateurs statistiques.
- Probabilités élémentaires, lien entre fréquences et probabilités, arbres de probabilités.

Afin que les apprenants soient aguerris aux pratiques calculatoires élémentaires favorisant l'acquisition des capacités, des automatismes mathématiques doivent être développés par un travail régulier. L'objectif est qu'ils obtiennent une aisance suffisante, en s'appuyant préférentiellement sur des situations en lien avec les disciplines professionnelles.

Au-delà d'une pratique dans toutes les activités de la formation, il est important d'entretenir ces automatismes par des rituels de début de séance, sous forme de « questions flash » privilégiant l'activité mentale avec un recours à des connaissances, des procédures, des méthodes et des stratégies fondamentales dans la pratique professionnelle. Cela ne doit pas faire l'objet d'un chapitre d'enseignement spécifique car les notions qui les sous-tendent ont été travaillées dans les classes antérieures. Cette pratique, propre à chaque enseignant ou formateur, doit s'adapter aux besoins de la spécialité.

Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs mais donnent une orientation de ce qui peut être fait.

Parmi ces orientations certaines doivent être propices au calcul mental.

- Sens des opérations qui permet d'effectuer des calculs courants.
- Calculer une moyenne, une moyenne pondérée.
- Passer d'une proportion (1/2, 3/4, 1/5, …) à un pourcentage (50 %, 75 %, 20 %, …) et inversement.
- Calcul de pourcentages, calcul de prix TTC à partir d'un prix HT et inversement, avec des taux de TVA différents.
- Lier augmentation et diminution en pourcentage avec coefficient multiplicateur et les utiliser en situation.
- Comparer en situation des proportions et des pourcentages.
- Appliquer des formules et déterminer la valeur numérique d'une grandeur connaissant les autres.
- Reconnaître graphiquement des fonctions de référence, en décrire les variations et les extremums.
- Choisir une représentation graphique adaptée pour représenter des données, des proportions ou des pourcentages (graphique, diagramme circulaire, semi-circulaire, diagramme en bâton ou en barres, barres empilées, …).
- Inversement, interpréter des diagrammes et retrouver des données statistiques à partir de représentations.

Les outils numériques doivent être intégrés à l'enseignement des mathématiques. Ils apportent une plus-value permettant d'aborder de véritables problèmes issus des situations professionnelles. L'usage des outils numériques tels que le tableur, les logiciels de traitement de données statistiques, de sondage, de cartographie, … doit être pensé dans l'optique de résoudre des problèmes qui n'auraient pas été accessibles sans. La maîtrise des outils numériques n'est pas un but de l'enseignement des mathématiques. La calculatrice reste aussi un outil facilement mobilisable en classe. Cela n'est pas contradictoire avec une pratique du calcul mental régulière mais raisonnée, tant par la difficulté des questions posées que le contexte de sa pratique.

Intentions majeures du référentiel de mathématiques.

L’enseignement de mathématiques intervient essentiellement dans le cadre de deux blocs de compétences :
- le bloc 6 pour planifier les activités et la logistique nécessaire à l’activité de production. L’apprenant recherche un ordonnancement des tâches optimisant la durée totale d’une activité à l’aide d’outils spécifiques;
- le bloc 8 pour accompagner des changements socio-techniques en produisant des valeurs de référence qui servent d’appui à la prise de décision dans un cadre plus global.

C6.1 - Organiser la combinaison des facteurs de production et de gestion du travail

L'enseignement de mathématiques peut apporter son appui à d'autres disciplines dans la construction d'outils de planification tels que les graphes de PERT (*program evaluation and review technology)* ou les diagrammes de Gantt. En lien avec les SESG et les TIM, entre autres dans le bloc 4 qui aborde les outils d'organisation de l'activité, l'enseignement des mathématiques permet de développer des méthodes pour représenter graphiquement ces outils. On peut, par exemple, planifier la construction d'un bâtiment, la mise en place d'une culture fourragère, …

Les graphes de PERT sont des outils de planification de projet dont l'objectif est la recherche d'un ordonnancement minimisant la durée totale. Ils permettent d'apporter une réponse aux questions suivantes :

- Quel est le temps nécessaire pour réaliser l'ensemble du projet ?
- À quelle date doit débuter chaque tâche ?
- Quelles sont les tâches critiques ?

La méthode PERT s'appuie sur la conception d'un graphe auquel on ajoute un tableau de synthèse des dates des tâches. La conception du graphe et du tableau de synthèse s'appuie sur l'application d'algorithmes que l'on peut présenter en langage naturel.

Étude d'un exemple :

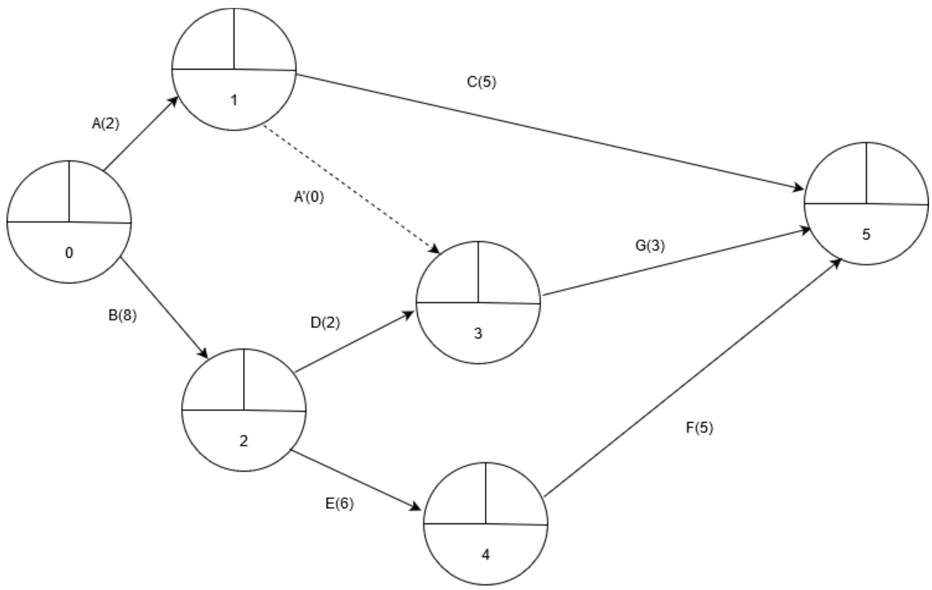
On considère un projet constitué des tâches suivantes dont la durée en jours est précisée entre parenthèses : A(2), B(8), C(5), D(2), E(6), F(5) et G(3). On suppose de plus que C ne peut pas débuter tant que A n'est pas réalisée, que D et E ne peuvent pas débuter tant que B n'a pas été réalisé, que F ne peut pas débuter tant que E n'est pas réalisée et G ne peut pas débuter tant que A et D ne sont pas réalisées. La méthode débute par la construction du tableau dit d'antériorité. Celui-ci permet de déterminer le nombre d'étapes et de construire la structure du graphe.

→déclenche→	A	B	C	D	E	F	G
A			X				X
B				X	X		
C							
D							X
E						X	
F							
G							

On cherche alors les colonnes vides, ce qui correspond aux tâches n'ayant pas de prédécesseurs dans le projet. Ici, A et B. Ce sont les tâches de niveau 1. On élimine les colonnes et lignes A et B du tableau et on réitère, ce qui nous donne les tâches de niveau 2. On poursuit ceci jusqu'à la fin.

→précède→	A	B	C	D	E	F	G
A			X				X
B				X	X		
C							
D							X
E						X	
F							
G							

Ceci amène au graphe ci-dessous. Les tâches sont représentées par des arêtes orientées, une arête par tâche. Le fait que G soit déclenché lorsque A est terminé oblige à créer une tâche fictive A' de durée 0 pour les antécédents de la tâche G. Les nœuds sont numérotés dans le demi-cercle du bas simplement pour pouvoir les nommer. Les quarts de cercle des nœuds servent aux calculs des dates de début au plus tôt et des dates de fin au plus tard.

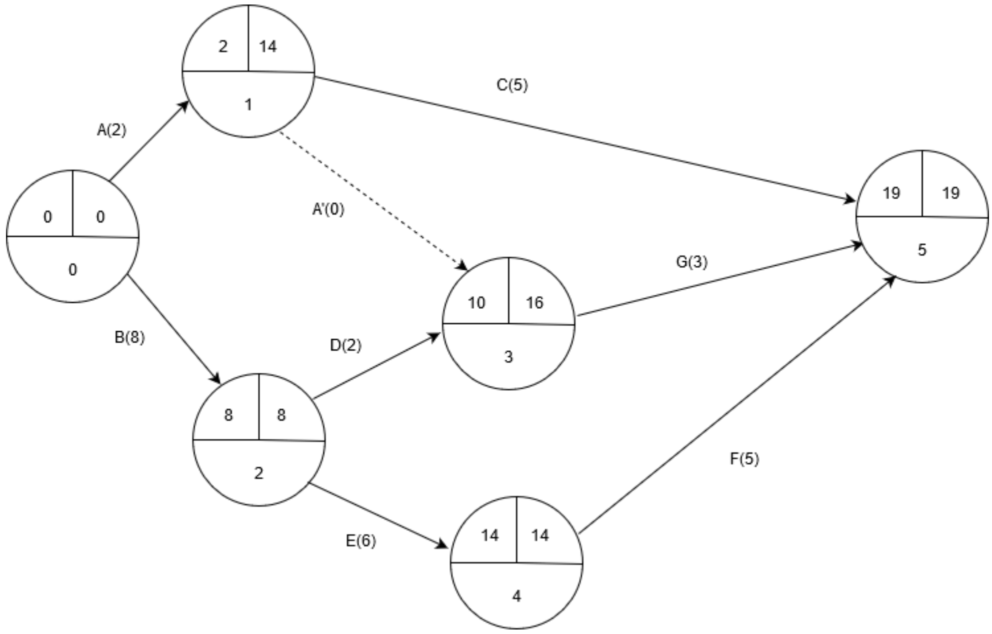


La méthode PERT a pour but de planifier la durée d'un projet ; pour cela des calculs doivent être menés à partir du graphe afin d'en déduire des renseignements sur son exécutabilité. On complète le tableau de synthèse suivant en s’appuyant sur le graphe. Les calculs sont menés en appliquant des algorithmes de cheminement dans un graphe.
On débute en remplissant les dates de début au plus tôt, en appliquant la règle suivante. La date de début au plus tôt d’une tâche se calcule en prenant le maximum des dates de début au plus tôt des tâches la déclenchant augmentées de leur durée. L’algorithme est initialisé par la mise à zéro des dates de début au plus tôt des tâches initiales.
Par exemple, les tâches A et B débutent au temps 0. Les tâches D et E étant déclenchées par la tâche B qui a une date au plus tôt de 0 et d’une durée de 8, ces deux tâches ont donc une date au plus tôt de 8. On utilise la partie en haut à gauche des nœuds du graphe pour calculer ces dates.

Une fois les dates de début au plus tôt complètement remplies, on complète les dates de fin au plus tôt en ajoutant simplement la durée des tâches dans le tableau de synthèse (cf. ci-dessous). On poursuit alors avec les dates de fin au plus tard. La date de fin au plus tard d’une tâche se calcule en prenant le minimum des dates de fin au plus tard des tâches qu’elle déclenche déduites de leur durée. Par exemple, B déclenchant D et E, la fin au plus tard de B est le minimum entre la fin au plus tard de D moins sa durée (16 – 2=14) et la fin au plus tard de E moins sa durée (14 – 6=8). On a donc bien une fin au plus tard de B égale à 8. L’algorithme est initialisé avec la plus grande date de fin au plus tôt des dernières tâches (ou d’une date supérieure).

Tâches	Durée	Début au plus tôt	Début au plus tard	Fin au plus tôt	Fin au plus tard
A	2	0	12	2	14
B	8	0	0	8	8
C	5	2	14	7	19
D	2	8	14	10	16
E	6	8	8	14	14
F	5	14	14	19	19
G	3	10	16	13	19

On obtient les dates de fin au plus tard en complétant la partie en haut à droite des nœuds du graphe puis les dates de début au plus tard en retranchant les durées des tâches dans le tableau de synthèse. L’outil tableur permet d’automatiser les calculs.



On peut alors donner les quelques définitions suivantes.

- La **marge libre** d'une tâche correspond au retard admissible sur une tâche qui n'entraîne pas de modification des calendriers des tâches suivantes. Elle est égale à la date de début au plus tôt de la tâche suivante (ou de la date de fin de projet s'il n'existe pas de tâche suivante) moins la durée de la tâche moins la date de début au plus tôt de la tâche.
- La **marge totale** correspond au retard admissible du début d'une tâche qui n'entraîne aucun recul de la date de fin du projet, mais qui consomme les marges libres des opérations suivantes. Elle est égale à la date de début au plus tard moins la date de début au plus tôt.
  La marge libre est inférieure ou égale à la marge totale.
- Une tâche est **critique** lorsque sa marge totale est nulle. Un chemin allant du début à la fin du projet est appelé **chemin critique** s'il est constitué uniquement de tâches critiques. C'est un chemin dont la succession des tâches donne la durée d'exécution la plus longue du projet et fournit le délai d'achèvement le plus court. Si l'on prend du retard sur la réalisation de ces tâches, la durée globale du projet est allongée.

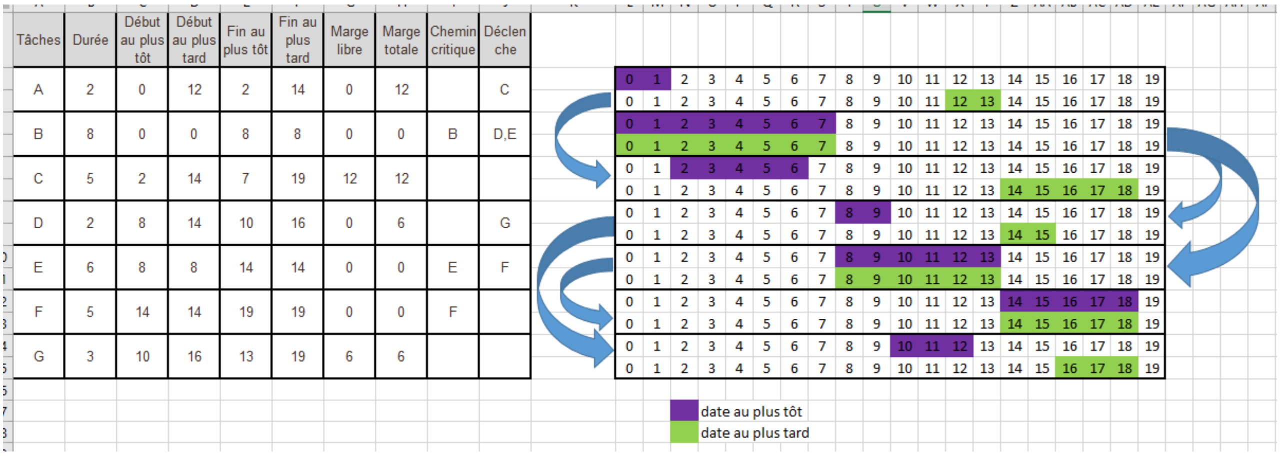
Tableau de synthèse

Tâches	Durée	Début au plus tôt	Début au plus tard	Fin au plus tôt	Fin au plus tard	Marge libre	Marge totale	Chemin critique
A	2	0	12	2	14	0	12	
B	8	0	0	8	8	0	0	B
C	5	2	14	7	19	12	12	
D	2	8	14	10	16	0	6	
E	6	8	8	14	14	0	0	E
F	5	14	14	19	19	0	0	F
G	3	10	16	13	19	6	6	

Ici, B-E-F est un chemin critique.

On pourra se référer à :
http://lycees.ac-rouen.fr/modeste-leroy/spip/IMG/pdf/_PLANIFICATION_et_Ordonnancement-2.pdf
http://www.unit.eu/cours/EnsROtice/module_avance_thg_voo6/co/module_avance_thg_13.html

Le graphe de PERT peut être complété par le diagramme de Gantt. Le diagramme de Gantt est un graphique qui consiste à placer les tâches chronologiquement en fonction des contraintes techniques de succession (contraintes d'antériorités). L'axe horizontal des abscisses représente le temps et l'axe vertical des ordonnées les tâches. On y représente chaque tâche par un segment dont la longueur est proportionnelle à sa durée. L'origine du segment est calée sur la date de début au plus tôt de l'opération (diagramme de jalonnement au plus tôt) et l'extrémité du segment représente la fin de la tâche. On peut à cet effet automatiser le diagramme de Gantt des dates au plus tôt dans un tableur à partir de formules et de mises en forme conditionnelle.



Tâches	Durée	Début au plus tôt	Début au plus tard	Fin au plus tôt	Fin au plus tard	Marge libre	Marge totale	Chemin critique	Déclenche
A	2	0	12	2	14	0	12		C
B	8	0	0	8	8	0	0	B	D,E
C	5	2	14	7	19	12	12		
D	2	8	14	10	16	0	6		G
E	6	8	8	14	14	0	0	E	F
F	5	14	14	19	19	0	0	F	
G	3	10	16	13	19	6	6		

Des solutions de planification plus élaborées sont également possibles avec des logiciels libres comme Ganttproject.

Mise en place d'automatismes (ou de rituels).

En complément de ces études en contexte, la pratique d'automatismes vise à construire et entretenir des aptitudes dans le domaine mathématique. L'ensemble des automatismes doit être pratiqué quelles que soient les thématiques travaillées. Ce sont des acquis à consolider, essentiels pour la formation d'un citoyen et d'un futur professionnel. L'enseignant ou formateur peut proposer les situations suivantes, sans caractère exhaustif ni obligatoire :

- Calculs de proportions et de pourcentages (rendement d'abattage, taux protéique, taux butyreux, prolificité).
- Savoir isoler une quantité inconnue dans une égalité en vue de déterminer une valeur en génétique.
- Lecture graphique de courbes, en particulier lecture de courbe de croissance en poids dont on précise si le rythme reste constant, s'accélère ou ralentit.
- Détermination du taux équivalent à une diminution de prix de 25 % suivie d'une augmentation de 20 %.
- Utilisation de fractions horaires et conversion éventuelle. Par exemple :
    - Convertir 1, 62 heure en heures, minutes et questionner la vraisemblance d'un résultat supérieur à 2 heures.
    - Différencier la question en proposant une situation sous forme de défi pour certains : un réservoir d'eau serait utilisé entièrement en 4 jours pour uniquement abreuver les vaches, en 5 jours pour uniquement abreuver les génisses et en 6 jours pour uniquement abreuver les veaux. Combien de temps durera le réservoir si les trois groupes sont menés ensemble ? (https://gdsreseau3m.com/?page_id=1373)
- Manipulation de coefficient multiplicateur dans un cas concret : valorisation des carcasses pour obtenir le poids de viande net.

- Application de formules rappelées et contextualisées dans un cadre professionnel par exemple, pour le calcul de l'index économique laitier INEL : combinaison des index élémentaires ayant un impact économique direct pour l'éleveur (quantité de matières protéiques et de matières grasses ; taux protéique et butyreux). Sa définition est commune à toutes les races avec la formule :

  INEL = 0.98 (MP + 0.2 MG + TP + 0.5 TB. (https://www.coachlait.net/les-index-laitiers-et-fivl#:~:)

- Détermination à l’aide d’une feuille de calcul d’un tableur déjà entièrement fournie des cas dans lesquels il est plus intéressant de louer, d’acheter ou de faire appel à un prestataire.

- Construction des références de surfaces permettant de donner l’ordre de grandeur d’une parcelle dans une unité adaptée lorsqu’on se trouve sur le terrain. Par exemple, un terrain de football ou de rugby est proche d’un hectare, un terrain de basket est proche de 4 ares.
- Des ressources plus généralistes mais qui permettent de balayer plusieurs thèmes peuvent être trouvées ici : Course aux nombres - Mathématiques (ac-strasbourg.fr) ou MathsMentales : Automatismes et calcul mental en mathématiques

C8.2 – Produire des références techniques pour répondre aux orientations visées en lien avec le plan d'action visé et la stratégie élaborée
C8.3 - Aider à la prise de décision

On attend de l'apprenant qu'il soit capable de suivre une expérimentation voire un essai terrain, de traiter numériquement des données issues d'essais ou d'enquêtes dans le but de produire des références techniques valides, fiables et pertinentes. Dans un deuxième temps, il hiérarchise et met en forme les informations statistiques obtenues afin de les valoriser auprès d'un acteur ou d'un groupement d'acteurs de la filière. Il propose des actions ou des conseils en accord avec les dispositifs accompagnant le changement socio-technique et avec les valeurs, finalités et attentes du décisionnaire. Il doit être capable de mettre en perspective ces données et de mettre en évidence les nouveaux questionnements soulevés à l'aide d'une analyse réflexive. Un lien peut être fait avec la capacité C4.1 où le travail mené en TIM sur les données numériques au travers de cas concrets a également une finalité professionnelle d'aide à la prise de décision.

Remarque : L'enseignement de mathématiques, et en particulier des tests statistiques, forme un ensemble. Il n'est donc pas facile de le décomposer clairement capacité par capacité ou de proposer un découpage chronologique unique qui suivrait, par exemple, la numérotation des capacités. Le référentiel est conçu pour que les connaissances mises en œuvre soient utilisées pendant l'ensemble de la formation, à l'intérieur de la discipline mais surtout au service d'une réflexion globale en équipe pédagogique et, le plus souvent possible, dans un contexte professionnel. On développe donc l'aptitude des apprenants à mobiliser des compétences de mathématiques en situation professionnelle.
Les points suivants peuvent être abordés durant la formation. Il appartient à l'enseignant de mathématiques, en concertation avec l'équipe pédagogique, de définir les priorités qui seront plus développées et de mettre en place une différenciation des apprentissages en fonction des particularités de chaque apprenant.

- **Utilisation des notions de statistique et de probabilité en vue d'une modélisation à priori.**

Traitement de données issues d'une enquête.

L'apprenant donne des paramètres de position et de dispersion et en maîtrise l'interprétation et la diffusion à l'aide d'outils numériques dans le cadre d'une enquête menée dans un contexte professionnel. Il peut également représenter graphiquement ces paramètres afin d'en faire une analyse. L'enseignement de mathématiques accompagne un projet plus large mené lors d'un stage ou lors d'un travail initié par des collègues d'autres disciplines.

Réalisation d'une modélisation simple en utilisant un ajustement.

L'apprenant est capable de réaliser une modélisation simple à l'aide d'un ajustement affine nécessitant éventuellement un ou des changements de variables pour obtenir un ajustement utilisant des fonctions logarithmes, exponentielles ou puissances.
Les situations étudiées sont variées et essentiellement issues du domaine professionnel. Elles doivent être réfléchies au sein de l'équipe pédagogique (étude du PAT30, poids à âge type 30 jours, d'un agneau et index laitier de la mère, étude d'une population de parasites de type strongles ou d'une production laitière dans le temps…). Le cours de mathématiques est l'occasion d'une première approche qui peut être exploitée et complétée ultérieurement dans d'autres enseignements.
La phase de compréhension réalisée, qui doit s'appuyer sur une approche graphique, les calculs en situation sont exclusivement effectués à l'aide d'un outil numérique (calculatrice, courbe de tendance du tableur, logiciel R, applications dédiées).
Aucune technicité inutile, détaillant les calculs pas à pas, pour obtenir un ajustement ne sont à maîtriser par l'apprenant. Le résultat obtenu avec l'outil numérique et l'interprétation faite des résultats sont à privilégier.
La qualité de l'ajustement obtenu doit être questionnée en distinguant la variable explicative et la variable expliquée et en utilisant les résidus. Les coefficients de corrélation linéaire et de détermination apportent des informations pour l'interprétation des résultats, pour autant, on souligne les limites éventuelles de ces indicateurs.

Corrélation et causalité.

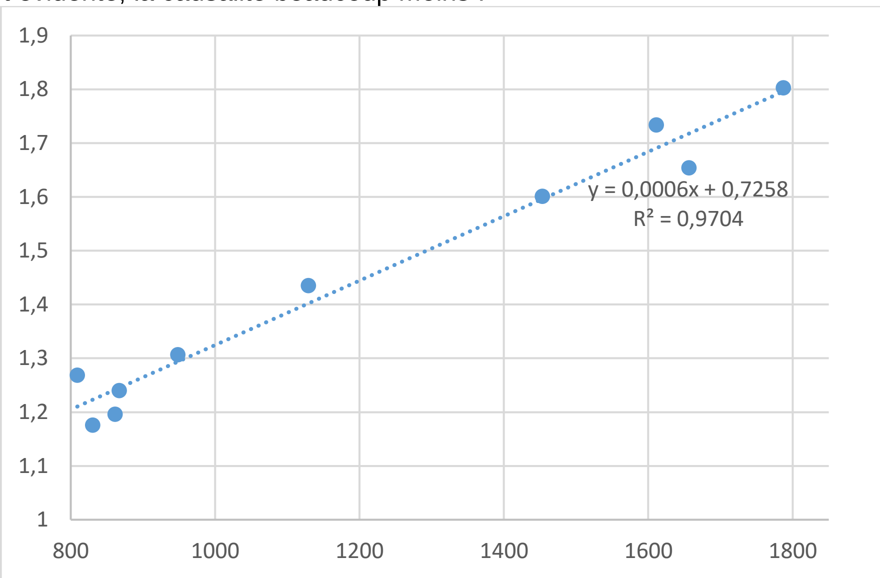
Au-delà de la mise en évidence d'une corrélation, le fait que, sur un relevé statistique, il puisse exister une relation entre deux grandeurs (corrélation), ne signifie pas pour autant qu'il existe entre elles un lien de causalité.

Exemple :

Il a été relevé sur plusieurs années, aux USA, le nombre de nouveaux doctorats en informatique et les revenus générés par les jeux d'arcades.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Doctorats décernés en science informatique aux USA	861	830	809	867	948	1129	1453	1656	1787	1611
Revenus générés par les jeux d'arcade	1,196	1,176	1,269	1,24	1,307	1,435	1,601	1,654	1,803	1,734

La corrélation est évidente, la causalité beaucoup moins !



Lois de probabilité.

Les notions de variable aléatoire, d'espérance mathématique, de variance, d'écart type et l'interprétation de ces paramètres pour une loi discrète ou une loi continue sont abordées en situation avant d'être formalisées.

La loi binomiale et la loi normale sont étudiées principalement. Un échange avec les collègues qui interviennent dans les enseignements professionnels est nécessaire afin de contextualiser l'étude des lois.

Les lois de probabilité peuvent être aussi l'occasion de procéder à une différenciation des apprentissages suivant le bagage et la poursuites d'études envisagée de chaque apprenant en liant l'étude de variables aléatoires continues au calcul de probabilité, calcul intégral et calcul d'aire en privilégiant le contexte professionnel.

La phase de compréhension réalisée, les calculs en situation sont exclusivement effectués à l'aide d'un outil numérique (calculatrice, tableur, logiciel R, applications dédiées). On insiste alors sur l'interprétation des résultats. Le traitement de simulations avec des outils numériques pour illustrer les notions précédentes doit être recherché dès que cela est possible.

Test d'indépendance du χ^2.

L'apprenant est capable de mettre en place un test d'indépendance de deux caractères qualitatifs, le test d'indépendance du χ^2.

Il est essentiel de développer d'abord la compréhension de la situation à partir de simulations. L'étude porte, si possible, sur des données issues d'un travail collaboratif avec l'équipe pédagogique intervenant dans les enseignements professionnels notamment dans le domaine de la génétique et de l'amélioration des populations. On s'assure que les hypothèses permettant l'application du test sont réalisées.

Exemple: Introduire le test d'indépendance du χ^2.

Vous êtes membre d'une coopérative et vous participez à l'optimisation d'un couvert végétal pour enrichir le sol en azote et limiter le lessivage des nitrates. Un laboratoire vous fournit le dosage des nitrates par chromatographie ionique dans les nappes phréatiques. Une étude a été menée sur 144 parcelles pour évaluer l'influence du couvert végétal (moutarde, phacélie, raygrass) sur les conséquences environnementales. L'utilisation du logiciel R ou d'un tableur en installant un utilitaire d'analyse facilite grandement les calculs. L'utilisation d'une calculatrice ou de GeoGebra reste possible.

type de couvert végétal / conséquence environnementale	Moutarde	phacélie	raygrass	Total
Faible	8	15	19	42
Moyenne	33	17	5	55
Forte	15	31	1	47
Total	56	63	25	144

Le tableau ci-dessus peut être saisi dans R via l'instruction

```
>tableau=data.frame(moutarde=c(8,33,15),phacélie=c(15,17,31),raygrass=c(19,5,1),
                    row.names=c('conséquence environnementale faible','conséquence environnementale
          moyenne','conséquence environnementale forte'))
```

Dans le cas où les variables seraient indépendantes, on s'attend à obtenir le tableau des effectifs suivants.

type de couvert végétal / conséquence environnementale	Moutarde	phacélie	raygrass	Total
Faible	16.33333	18.3750	7.291667	42
Moyenne	21.38889	24.0625	9.548611	55
Forte	18.27778	20.5625	8.159722	47
Total	56	63	25	144

Celui-ci s'obtient en récupérant le résultat du test dans une variable que l'on va nommer khi puis l'affichage des effectifs attendus.

```
>khi=chisq.test(tableau)
>khi$expected
```

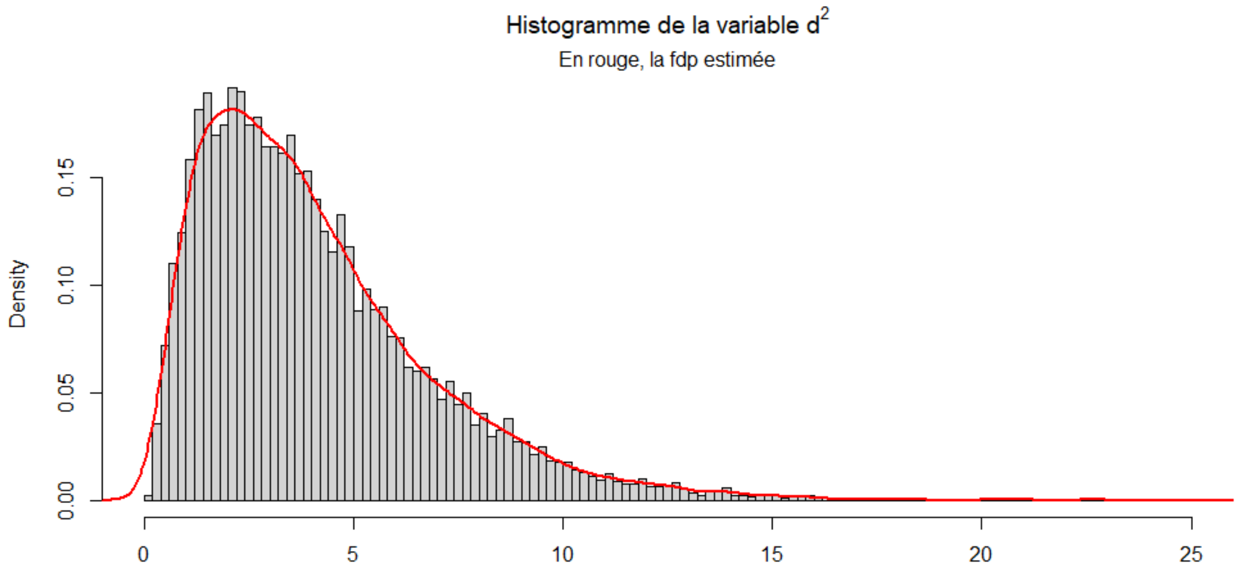
Dans le cas de l'indépendance « parfaite », le tableau des effectifs attendus devrait être identique au tableau des effectifs observés. La mesure de l'indépendance amène donc à mesurer l'écart existant entre les deux tableaux via la formule :

$$d^2 = \sum_{i,j} \frac{\left(O_{i,j} - E_{i,j}\right)^2}{E_{i,j}}$$

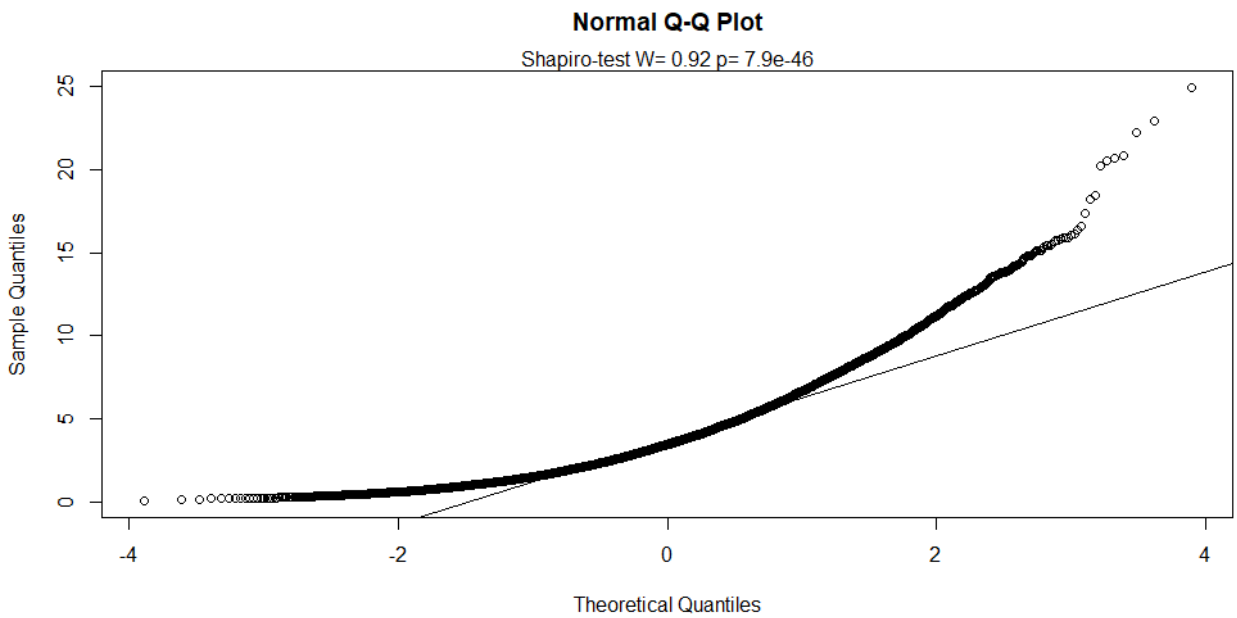
où les $O_{i,j}$ correspondent aux effectifs observés et les $E_{i,j}$ aux effectifs attendus sous l'hypothèse d'indépendance.

Pour obtenir une idée de la distribution de la variable d^2, on simule des tableaux dont les lignes et les colonnes sont indépendantes et ayant les mêmes marges que le tableau initial. Ce type de simulation étant difficile à mettre en œuvre, on peut plutôt pour faire émerger la loi du χ^2 s'intéresser à l'adéquation à une loi (cf annexe1). Pour les plus curieux, on pourra consulter l'algorithme RCont dû à Boyett[1] sur la génération des tableaux de contingence de marges en ligne et en colonne fixées.
Les lignes de commande ci-dessous permettent d'obtenir l'histogramme où la variable informatique d contient la valeur observée de d^2 pour 5000 simulations de tableaux, ainsi que la fonction de densité de probabilité estimée.

```
>hist(d,breaks=100,prob=T)
>lines(density(d),col='red',lwd=2)
```

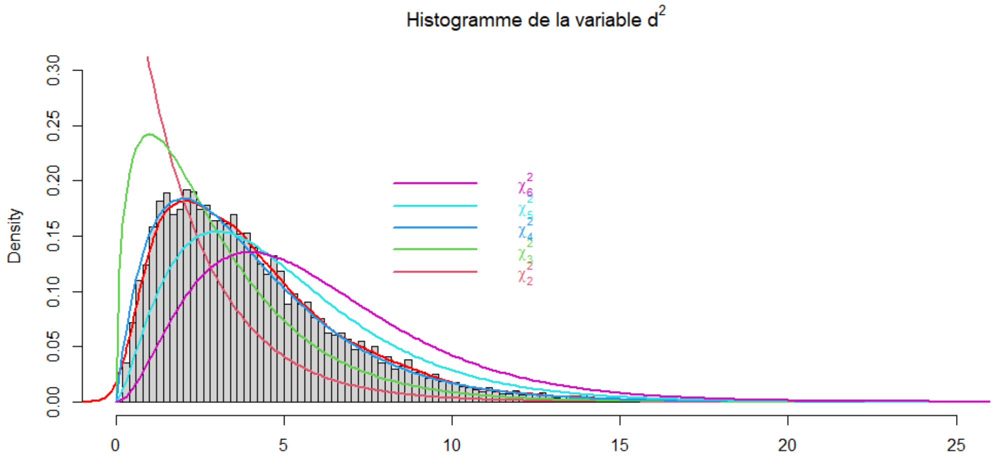


On peut alors tester la normalité de cette distribution. Avec les commandes qqnorm(d), qqline(d) et shapiro.test(d). Un exemple pour tester la normalité est proposé plus loin dans le document.

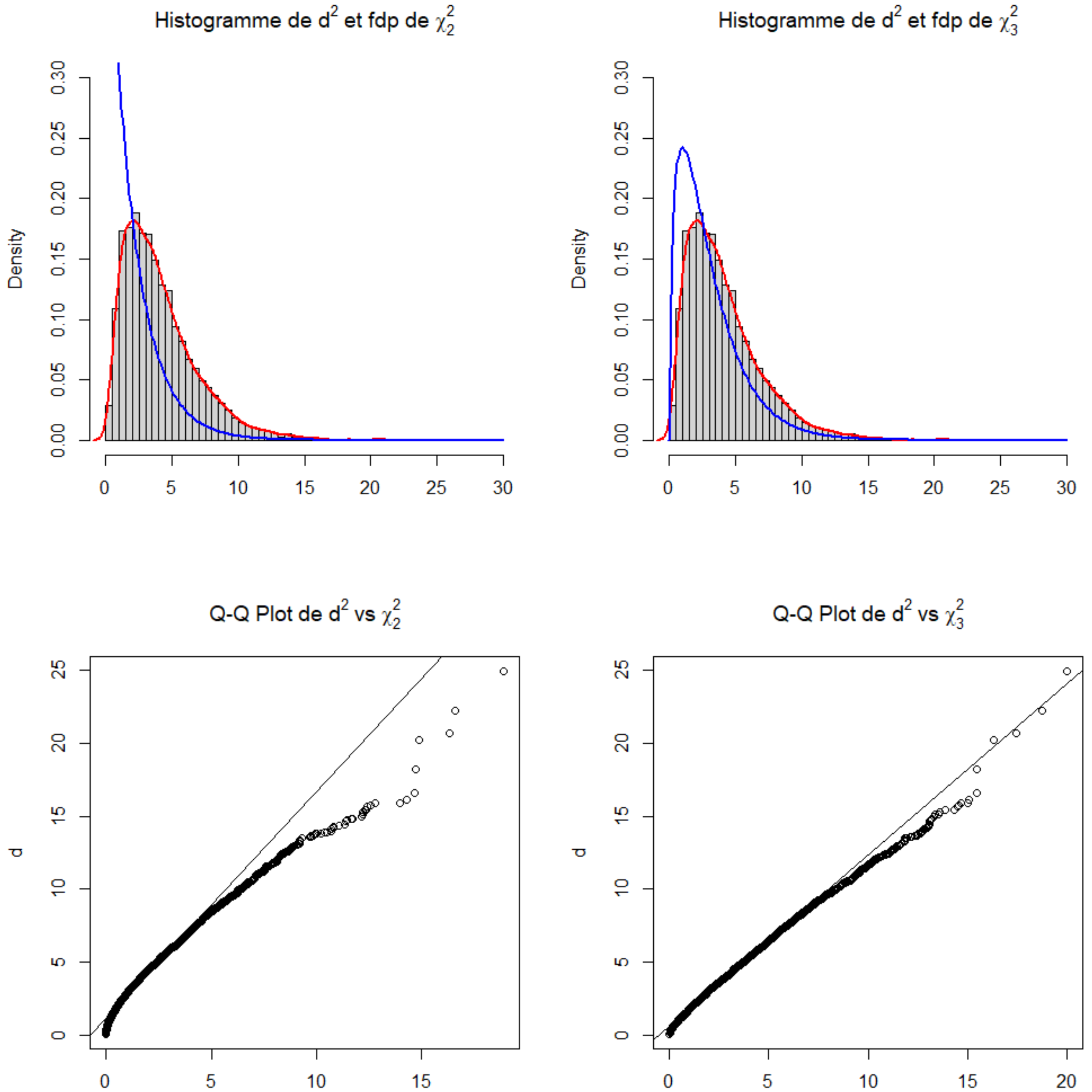


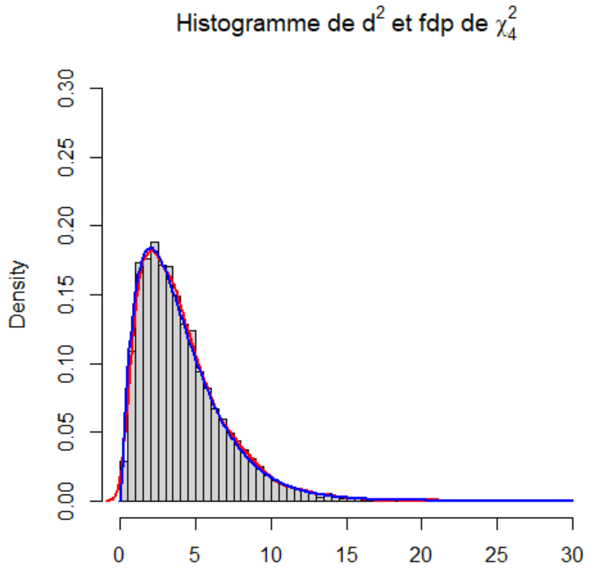
---
[1] James M. Boyett *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*Vol. 28, No. 3 (1979), pp. 329-332

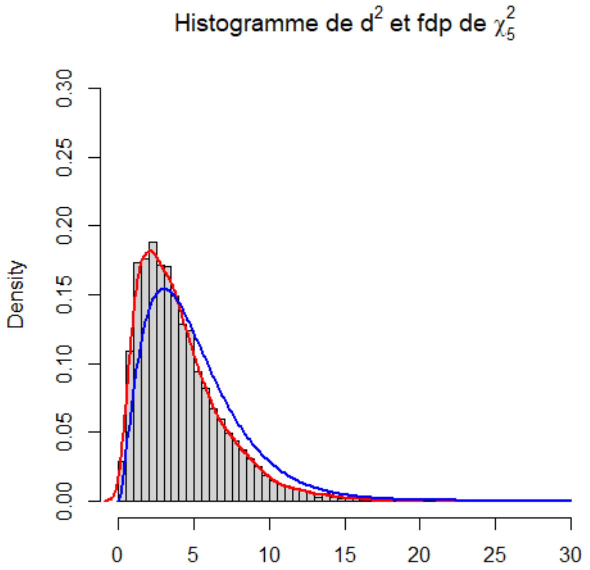
On rejette donc la normalité, ce qui amène à chercher une loi approchant d^2.
La forme de l'histogramme incite à essayer une loi du Khi2 avec un certain degré de liberté.

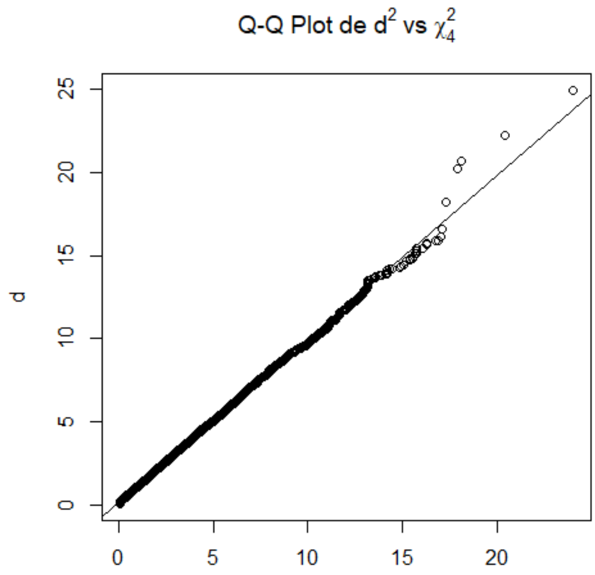


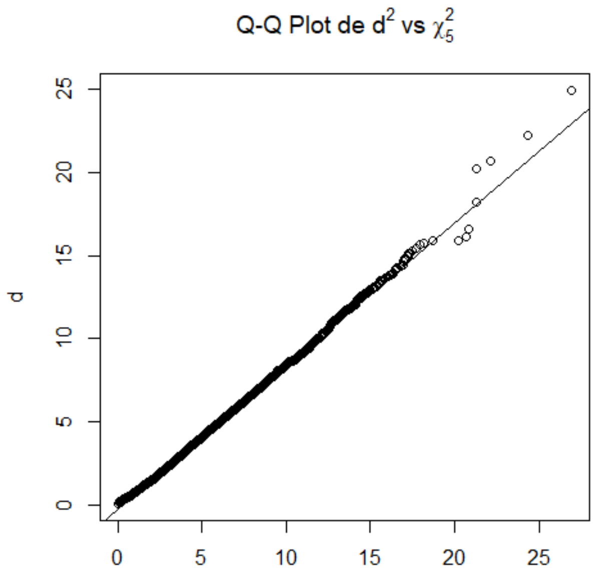
Etudions alors l'adéquation aux différentes lois du χ^2 , cas par cas.

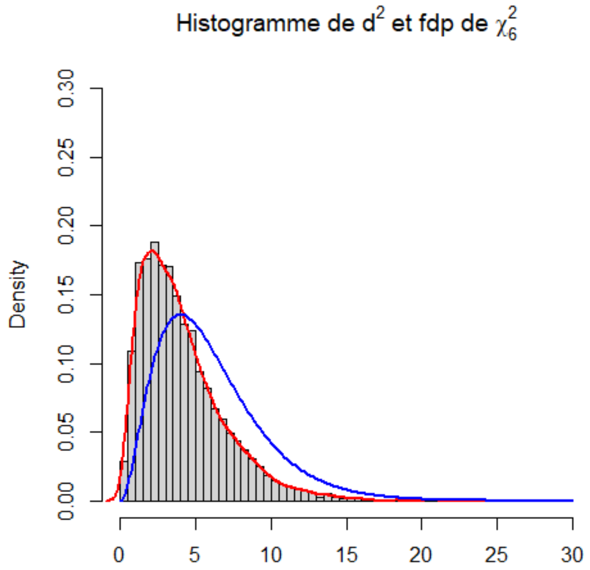

Histogramme de d^2 et fdp de χ^2_2
Histogramme de d^2 et fdp de χ^2_3
Density
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0
5
10
15
20
25
30
Q-Q Plot de d^2 vs χ^2_2
Q-Q Plot de d^2 vs χ^2_3
d
0
5
10
15
20
25

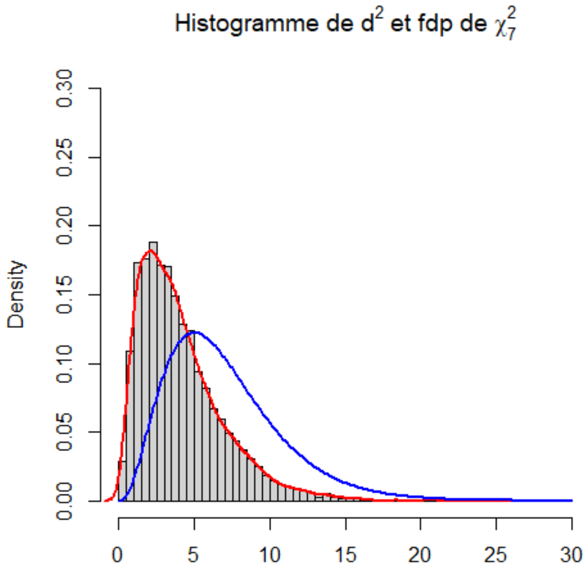

Histogramme de d² et fdp de χ^2_4
Density
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0
5
10
15
20
25
30

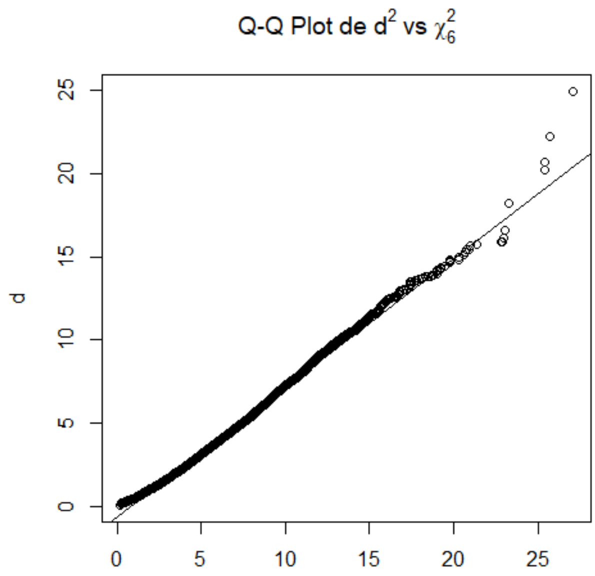

Histogramme de d² et fdp de χ^2_5
Density
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0
5
10
15
20
25
30

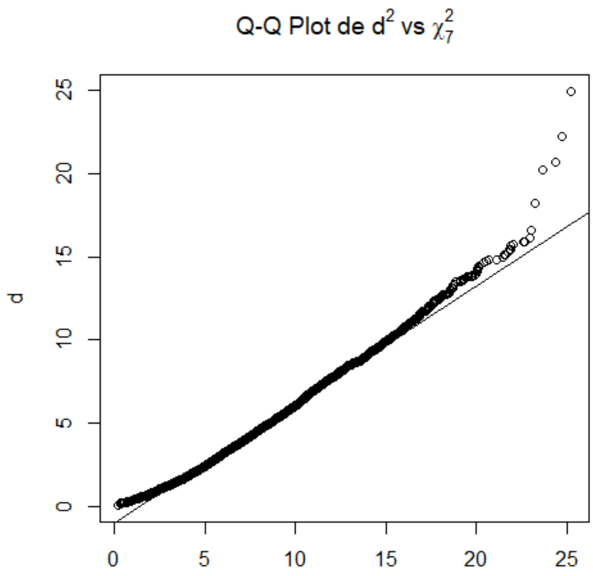

Q-Q Plot de d² vs χ^2_4
d
0
5
10
15
20
25
0
5
10
15
20


Q-Q Plot de d² vs χ^2_5
d
0
5
10
15
20
25
0
5
10
15
20
25



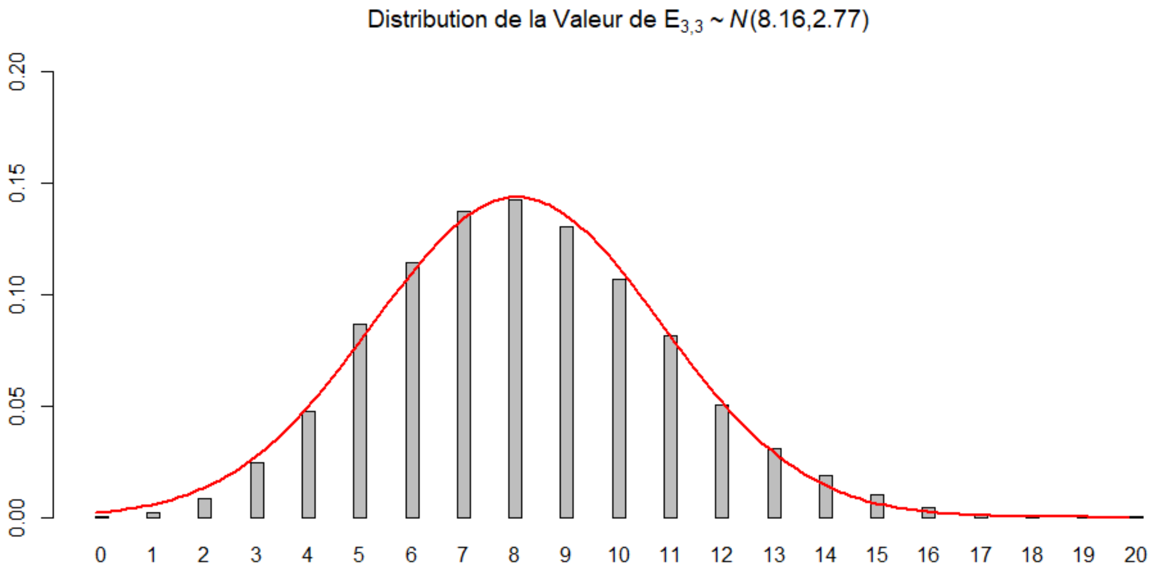






On peut alors émettre la conjecture que d^2 semble suivre une loi du χ^2 à 4 degrés de liberté. Cette approche par simulation est complétée par la mise en place du test du χ^2 puis l'institutionnalisation de la loi asymptotique de d^2.

Dans le cas du rejet de l'indépendance, l'étude se poursuit par l'analyse des écarts à l'indépendance. On peut à cet effet s'intéresser à une unique cellule du tableau. Par exemple, choisissons la cellule correspondant à une forte conséquence environnementale et au raygrass. Sous l'hypothèse d'indépendance, la valeur attendue est $E_{3,3} \approx 8,16$ et la probabilité attendue est environ égale à 0,057. On peut alors par simulation étudier la distribution des valeurs de cette cellule et en déduire « l'écart » à la valeur attendue.



La valeur observée est 1, qui sous les conditions de l'indépendance, a peu de chance d'être observée, de probabilité inférieure à 0,05.

D'après le théorème central limite, la distribution des valeurs de cette cellule suit approximativement une loi normale de moyenne $E_{3,3} \approx 144 \times 0{,}057 \approx\ 8{,}16$ et d'écart type $\sqrt{144 \times 0{,}057(1-0{,}057)} \approx \sqrt{E_{3,3} \times (1-0{,}057)}$.

On peut alors considérer les résidus de Pearson standardisées égaux à $\frac{O_{i,j}-E_{i,i}}{\sqrt{E_{i,j}}}$ que l'on retrouve dans l'expression de la variable statistique d^2. Les résidus de Pearson standardisées vont suivre approximativement une loi normale centrée et d'écart type inférieur à 1. Ils mesurent l'attraction (positif) ou la répulsion (négatif) par rapport à la valeur attendue. Les résidus, correspondant à des écarts statistiquement significatifs et dont la contribution à d^2est forte, sont ceux dont la valeur est supérieure à 2 ou inférieure à -2, qui correspondent à au moins deux écart type dans la loi normale centrée réduite.

Le tableau des résidus de Pearson s'obtient sous R avec la commande >khi$residuals où khi est la variable informatique contenant le tableau des effectifs.

type de couvert végétal / conséquence environnementale	moutarde	phacélie	raygrass
Faible	-2.0619652	-0.787336	4.335924
Moyenne	2.5106124	-1.439753	-1.472003
Forte	-0.7666865	2.301752	-2.506447

Le rejet de l'indépendance peut s'expliquer, par exemple, par une surreprésentation de la valeur observée de raygrass et faible conséquence environnementale et aussi par la sous-représentation de la valeur observée de raygrass et forte conséquence environnementale par rapport aux valeurs attendues.

Remarque :
Les lignes suivantes avec R permettent d'obtenir la légende du graphique avec les différentes lois du χ^2 :

```
graphics.off()
library(latex2exp)#écrire en latex dans les titres de graphiques
x=seq(0,30,0.1)
hist(d,breaks=100,prob=T,main=TeX(r'(Histogramme de la variable $d^2$)'),xlab='',ylim=c(0,0.3))
for (i in 2:6){
  lines(x,dchisq(x,i),col=i,lwd=2)
  legend(x=7,y=0.2+0.025*i,col=i,text.col=i,legend=(TeX(sprintf(r'($\chi_{%i}^{2}$)',i))),
         cex=1,bty='n',lwd=2)
}
```

- **Utilisation de notions de statistique et de probabilité en vue d'une estimation.**

Distribution d'échantillonnage.
Pour être en mesure de proposer une estimation d'un paramètre, l'apprenant appréhende la notion de distribution d'échantillonnage.
Après avoir manipulé la notion d'échantillon aléatoire simple, on observe la distribution d'échantillonnage d'un paramètre d'une population (moyenne, variance, proportion) à l'aide des outils numériques avant de définir les variables aléatoires $\bar{X}$, S^2et F associées. On peut effectuer des simulations avec R pour observer la fluctuation d'échantillonnage pour des échantillons de taille fixée, puis la stabilisation de la moyenne, de la variance ou de la proportion pour des échantillons de taille allant en croissant.
Dans le cas de grands échantillons, les lois de $\bar{X}$ et F sont approchées par des lois normales.

Estimation ponctuelle ou par intervalle de confiance.
Dans le cadre, si possible, d'une situation professionnelle, l'apprenant est capable de donner une estimation ponctuelle ou par intervalle de confiance symétrique en probabilité à un niveau de confiance de 0,95 ou 0,99 d'une moyenne, d'un écart-type ou d'une proportion.
L'approche expérimentale de cette estimation peut avantageusement faire l'objet d'une simulation qui souligne l'importance de la taille de l'échantillon et de la variabilité du phénomène étudié.
Le cas de l'estimation par un intervalle de confiance d'une moyenne d'un caractère distribué selon une loi normale de variance inconnue donne l'occasion d'introduire et d'étudier la loi de Student. L'intervalle de confiance d'une variance, qui n'est pas symétrique, est construit à partir de la variable aléatoire $\frac{nS^2}{\sigma^2}$.

- **Mise en œuvre d'une démarche statistique pour analyser des résultats (expérimentaux).**

La mise en place d'un test statistique répond à une situation contextualisée, issue le plus souvent possible d'un cas concret du domaine professionnel des productions animales. En ce qui concerne le cours de mathématiques, la compréhension de la démarche d'un test statistique classique correspond donc à l'objectif principal des capacités C8.2 et C8.3. L'apprenant est capable de mettre en place un test statistique judicieux et donne des conseils quant aux questionnements qu'il pourra rencontrer le plus fréquemment dans sa vie professionnelle.

Le travail sur ce module est conduit sur un temps long, il paraît donc essentiel de développer des méthodes statistiques à partir de simulations, le théorème central limite étant le théorème sous-jacent. Il n'est pas nécessaire de l'énoncer mais par contre il est indispensable de l'illustrer pour diverses situations avec différentes lois. L'importance de la loi normale doit alors apparaître. Les outils numériques ont dans leur grande majorité les lois normales implémentées, il est donc impératif de se séparer des tables de lois normales et du recours systématique au changement de variable. Le théorème central limite amène à s'interroger sur le passage du discret au continu et donc à développer la notion de loi continue, majoritairement inconnue des apprenants.

L'enseignement doit concourir à développer la capacité à repérer des situations de référence de mise en œuvre de tests statistiques. L'objectif est moins de faire apprendre un catalogue de tests statistiques que de faire comprendre la méthodologie des tests et la construction de règles de décision s'appuyant sur la fluctuation d'échantillonnage de certaines grandeurs obtenue en premier lieu par simulation. La connaissance de certaines lois de probabilité de grandeurs lors de la variabilité des échantillons est l'aboutissement d'un travail préparatoire effectué par des simulations. Les tests doivent être adaptés aux situations rencontrées par les élèves, l'enseignant veille à proposer des exemples suffisamment diversifiés.

L'apprenant est capable de clairement identifier le cadre dans lequel se situe son travail : échantillons indépendants ou appariés, normalité des grandeurs ou non (test paramétrique ou non paramétrique, en comprenant les conditions et les limites de chaque situation), recherche d'une conformité d'une grandeur ou comparaison entre deux grandeurs ou comparaison de moyennes entre plusieurs séries. Une fois le cadre posé, le choix du test statistique s'effectue en fonction des besoins et des habitudes professionnelles des secteurs concernés. Par conséquent, l'apprenant est capable de mener un test de conformité d'une proportion, d'une moyenne ou d'une variance ; un test de comparaison de deux proportions, de deux moyennes ou de deux variances ; une analyse de la variance à un facteur pour comparer la moyenne de plusieurs séries.

Les situations variées rencontrées dans le cadre de projets expérimentaux peuvent amener à mettre en place d'autres tests ou d'autres démarches (corrélation entre deux variables quantitatives, ANOVA à deux facteurs, test de Newman et Keuls, de Cochran, Analyse en Composante Principale, …). Il n'est pas possible d'envisager tous les cas de figure dans le cadre de ce document et de l'horaire imparti. L'apprenant comprend l'esprit de la mise en place d'un test statistique, puis avec l'accompagnement de l'enseignant ou du formateur et à l'aide de ses recherches personnelles, élargit ce qu'il est possible d'étudier lorsque cela s'avère nécessaire pour répondre à un problème initial.
Des exemples complémentaires peuvent être étudiés, par exemple dans le document d'accompagnement du BTSA Agricultures et cultures durables, disponible sur Chlorofil :
https://chlorofil.fr/fileadmin/user_upload/02-diplomes/referentiels/secondaire/btsa/acb-2023/btsa-acd-da-thema-maths.pdf

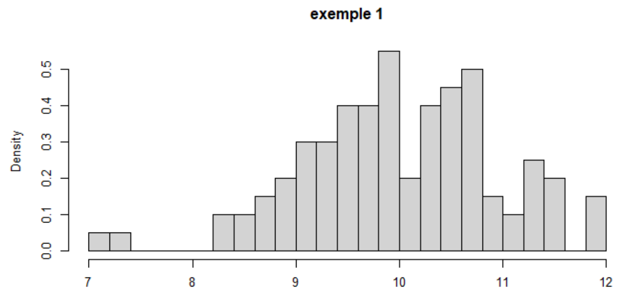
Tous les calculs sont laissés à l'outil numérique. Même si son apprentissage peut demander un certain temps d'appropriation, le logiciel R fournit un grand nombre d'outils permettant de répondre à toutes les demandes et en particulier de travailler avec des données provenant de véritables expérimentations. Il est recommandé mais n'est pas obligatoire.
Le travail est centré sur la reconnaissance des situations et le choix des méthodes.

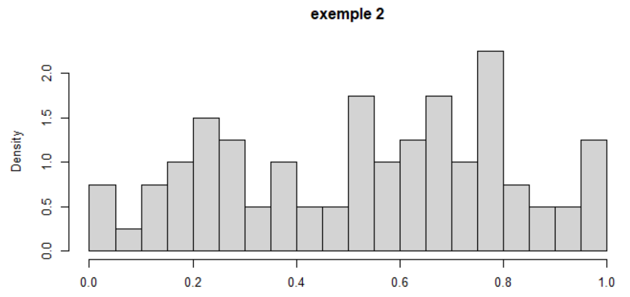
- **Interprétation, présentation et analyse critique de résultats après avoir traité les données récoltées.**

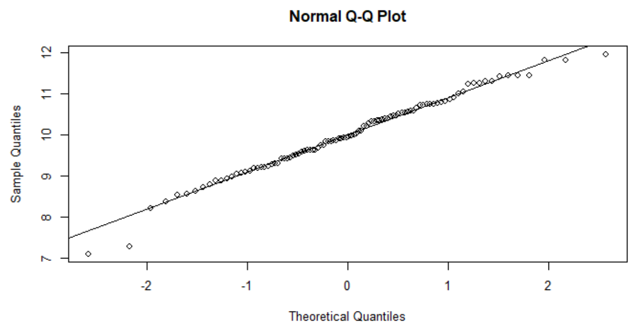
Une démarche mathématique ayant été mise en place au service d'une analyse, d'un essai ou d'un contrôle, elle sera traitée dans le cadre du module M8 (capacités C8.2 et C8.3). L'apprenant rend compréhensibles les résultats obtenus en les nuançant si besoin dans le cas d'une valeur de p proche du seuil choisi, que ce soit à destination d'un professionnel ou du grand public, et adapter son message en fonction des interlocuteurs pour rendre l'interprétation accessible. L'usage de représentations graphiques directement perceptibles avec une lecture rapide est alors fortement recommandée. Les limites et les précautions à prendre quant à l'interprétation des résultats sont expliquées. L'analyse critique qu'il fait de ces résultats est ainsi comprise et plus facilement acceptée par le commanditaire qui reste décisionnaire. On veille donc à ce que les conclusions formulées n'emploient pas de termes scientifiques qui ne soient pas aisément intelligibles. La prise de décision future est éclairée par les explications statistiques fournies par l'apprenant mais de nombreux autres paramètres peuvent entrer en compte (coût, usages habituels, facilité de mise en place, …). Ce partage d'informations peut éventuellement générer des propositions d'amélioration de la part de l'apprenant en fonction des situations rencontrées.

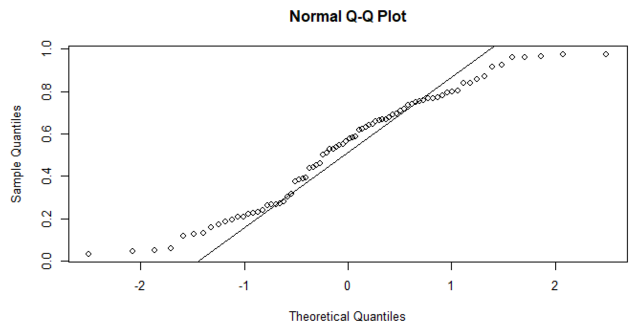
Exemple 1 : Tester la normalité

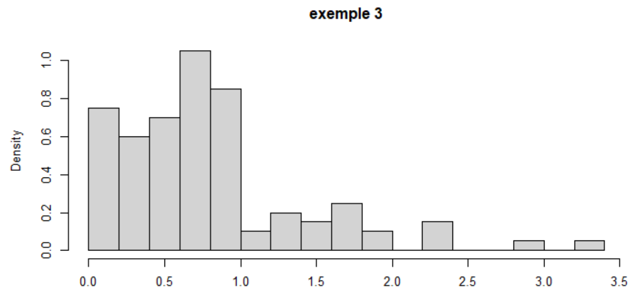
Un préalable à beaucoup d'études est la normalité des grandeurs en jeu. Parfois, la situation impose de fait la normalité des grandeurs, d'autres fois il sera peut-être nécessaire de débuter par un test de normalité. Pour une première approche on peut s'appuyer sur la forme des histogrammes des échantillons et exposer la méthode de la droite de Henry. Tous les graphiques sont obtenus à l'aide de l'outil numérique. Par exemple, la commande qqnorm() du logiciel R permet de tracer le graphique quantile-quantile qui confronte les quantiles de la loi normale en abscisse et les quantiles empiriques de l'échantillon en ordonnée. La commande qqline() construit la droite joignant le couple des quantiles 0,25 et le couple des quantiles 0,75.

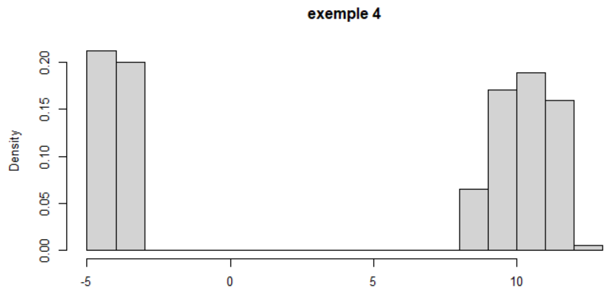


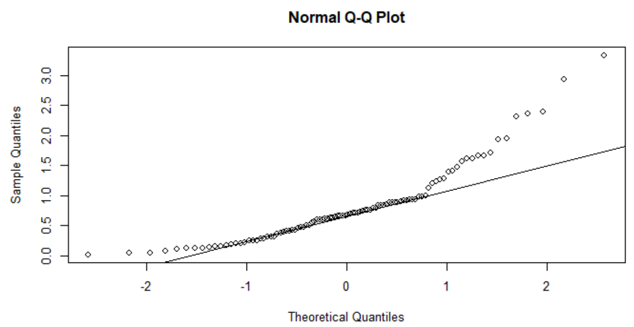


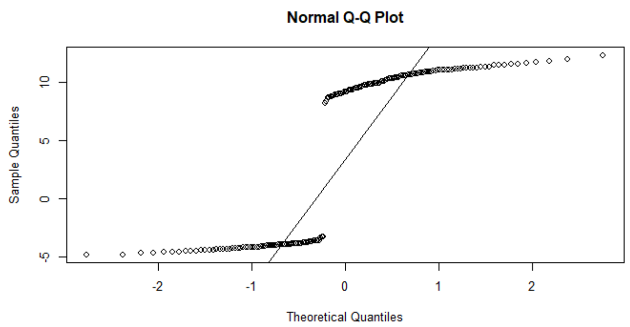












Cette approche graphique peut être complétée par le test de Shapiro-Wilk obtenu directement par la commande shapiro.test() du logiciel R. On n'entre pas dans les détails de ce test. Il s'agit de développer un questionnement sur l'hypothèse de normalité au regard de son importance dans les conclusions du théorème central limite et de la somme de variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale.

On trouve pour les exemples ci-dessus :

Exemple 1	Exemple 2	Exemple 3	Exemple 4
W = 0,98982	W = 0,93316	W = 0,93141	W = 0,7231
p-value = 0,6503	p-value = 0.0004218	p-value = 5.993e-05	p-value < 2.2e-16

Pour le test de Kolmogorov-Smirnov, voir la commande ks.test() du logiciel R

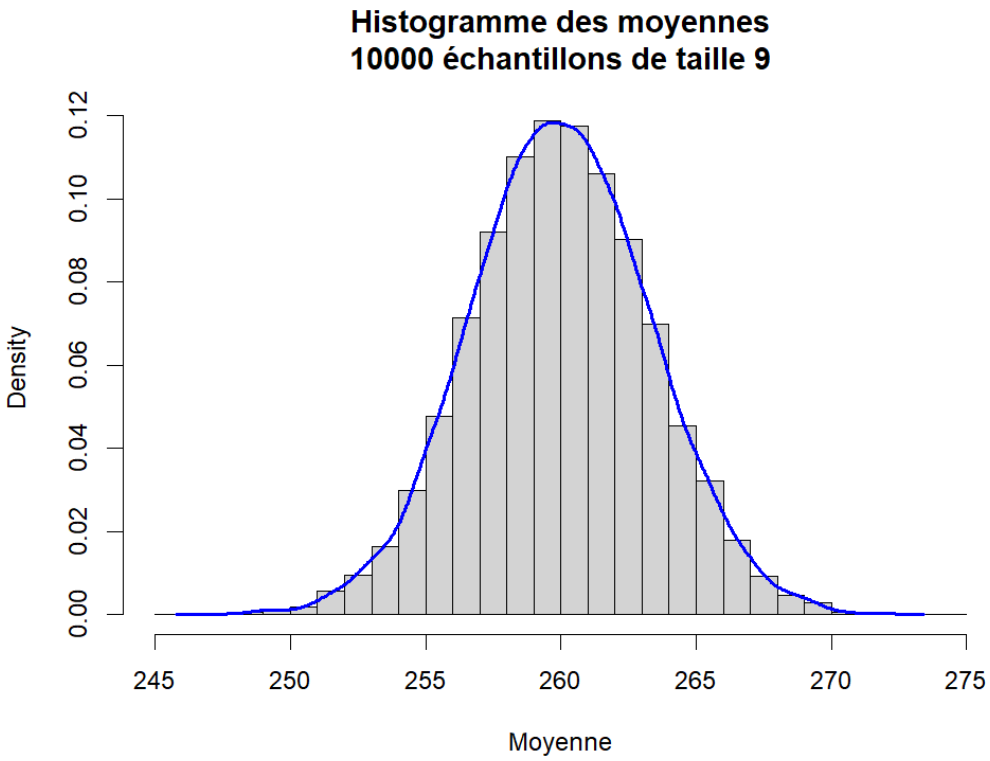
Exemple 2 : Introduire le test de conformité d'une moyenne

Vous êtes technicien(ne) d'expérimentation dans une organisation professionnelle agricole (OPA). Pour se conformer aux indicateurs de référence des veaux de boucherie « croisés légers » mis en place dans cette OPA, le poids vif à l'abattage est fixé à 260 kg. On décide de mettre en place un contrôle régulier en prélevant des échantillons de taille $n = 9$. On admet que la distribution des poids est gaussienne et d'écart type $\sigma = 10$ kg.

Un échantillon est prélevé et on obtient par exemple les valeurs :

262,0 274,8 265,1 252,5 250,1 261,9 266,3 266,4 262,1

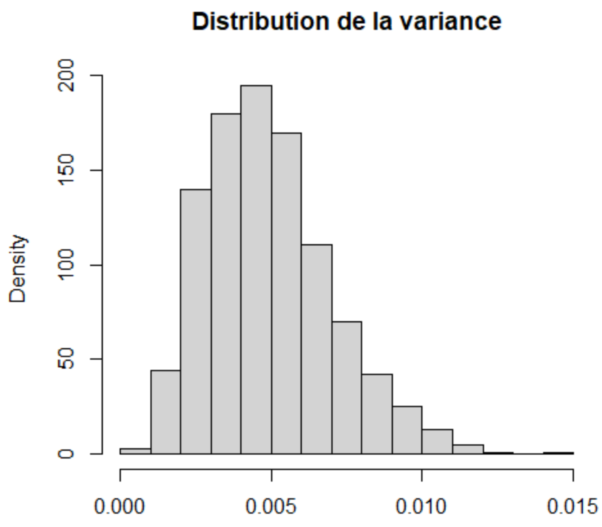
On simule par exemple 10000 échantillons de taille $n = 9$ d'une loi normale de paramètres $\mu = 260$ et $\sigma = 0,5$ et on étudie la distribution de la moyenne des teneurs de chaque échantillon. L'outil numérique permet d'obtenir un graphique du type ci-dessous. En s'appuyant sur ce graphique, on peut alors s'interroger sur la distribution d'échantillonnage d'une moyenne en particulier la normalité de la distribution puis amener le questionnement de la conformité d'une moyenne. La mise en place du test de conformité d'une moyenne et l'utilisation de la loi normale sont l'aboutissement de l'étude. On discute de l'unilatéralité ou la bilatéralité du test.

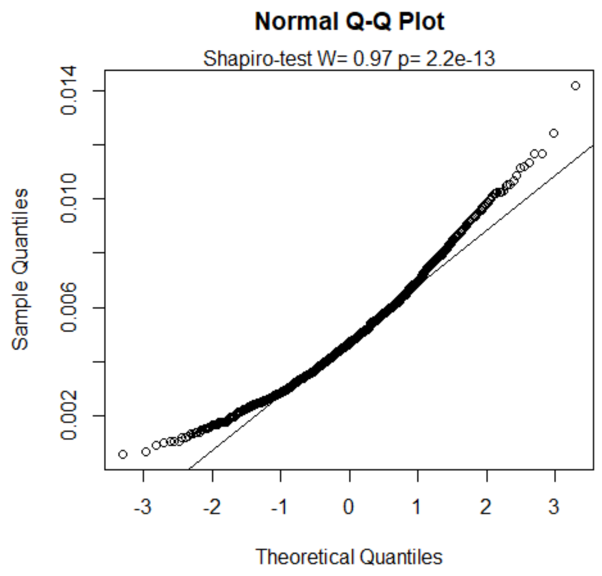


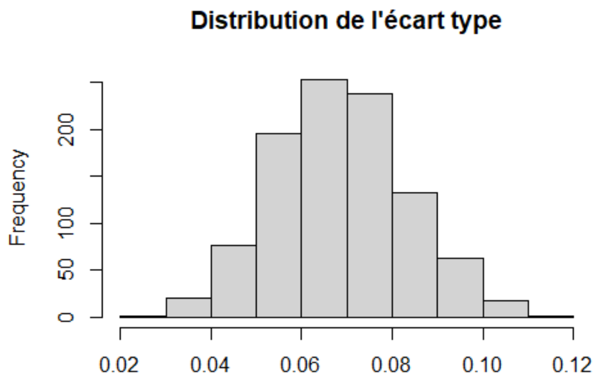
Exemple 3 : Introduire une nouvelle variable statistique

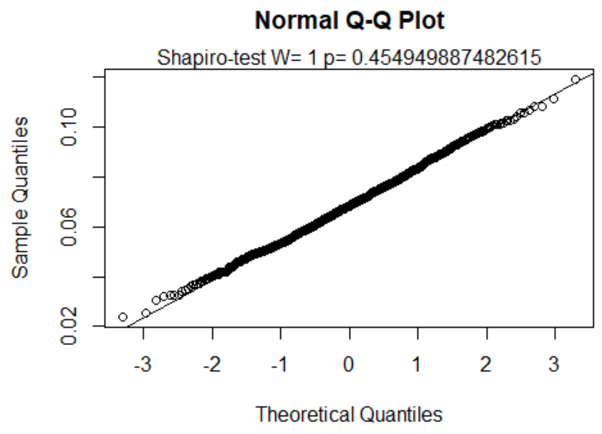
On considère le prix des terres et prés libres dans les zones d'élevage bovin du département de l'Yonne. Ce prix est proche de 3,4 k€/ha. (https://www.web-agri.fr/actualite-de-lelevage/)
On prélève un échantillon de 12 ventes de parcelles récentes du département de l'Yonne dont les prix à l'hectare en milliers d'euros sont les suivants:
Échantillon 0 : 3,43 3,49 3,47 3,36 3,42 3,56 3,32 3,46 3,43 3,39 3,30 3,42

Après avoir posé la question de la normalité des valeurs de l'échantillon, l'estimation de l'écart type est au cœur des discussions. On est amené à étudier graphiquement les distributions des variances et des écarts types pour des échantillons gaussiens de taille 12 obtenus par simulation de la loi normale de moyenne 3,4 et d'écart type égale à l'écart type de l'échantillon 0. On peut au passage se poser la question de la normalité de ces distributions.

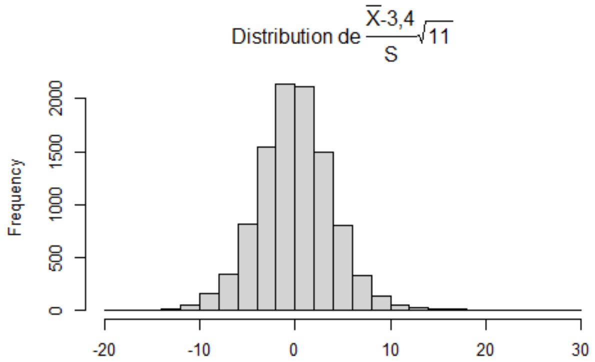




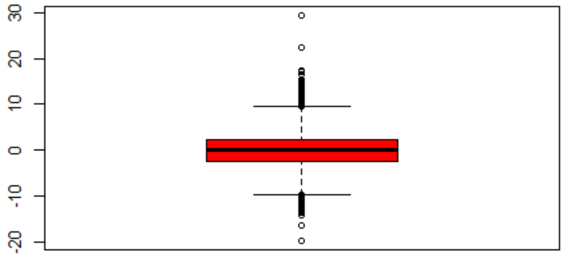




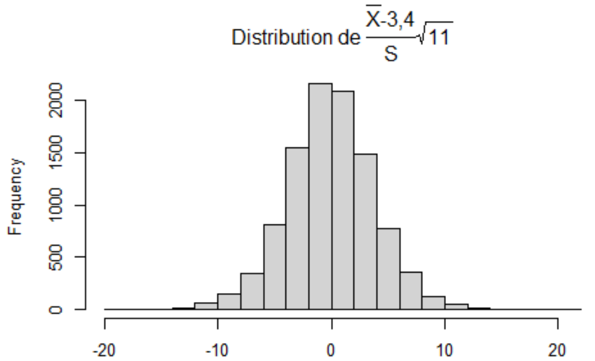
La variabilité de l'écart type des échantillons et le choix arbitraire de la valeur de l'écart type de l'échantillon 0 plutôt qu'une autre valeur amène à considérer une autre variable statistique $\frac{\bar{X}-3{,}4}{S}\sqrt{11}$ où chaque échantillon simulé a la même importance dans le choix de l'écart type. On peut constater que si l'on fait varier l'écart type autour de la valeur de l'échantillon 0, la loi de cette variable reste stable, ce qui peut se constater en observant les histogrammes et les diagrammes en boîte ci-dessous.



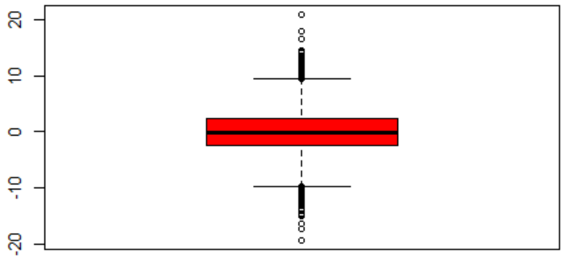
σ = 0.04



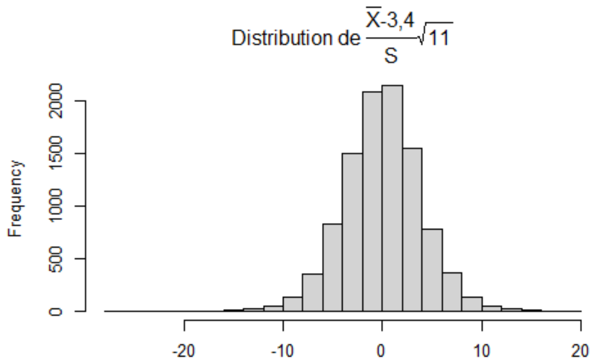
σ = 0.04



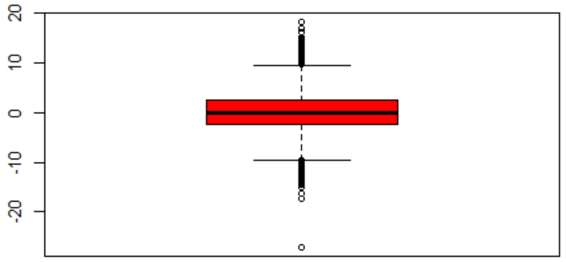
σ = 0.05



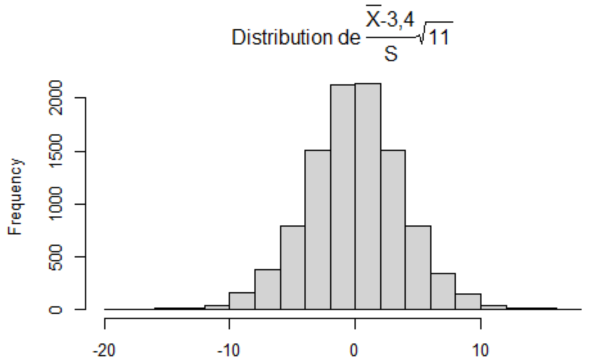
σ = 0.05



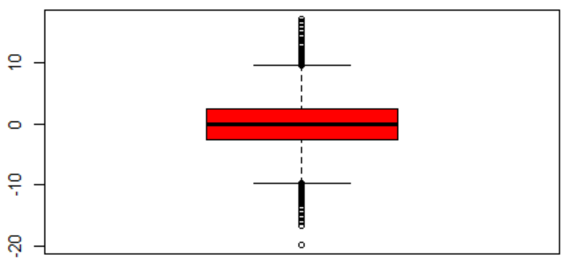
σ = 0.06



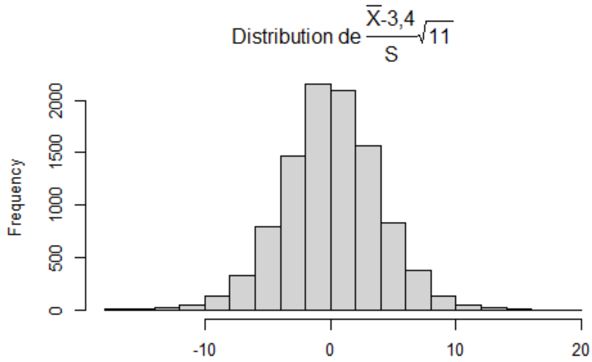
σ = 0.06



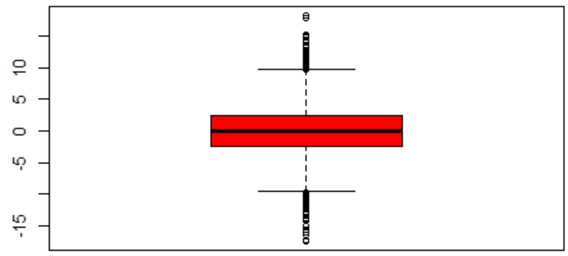
σ = 0.07



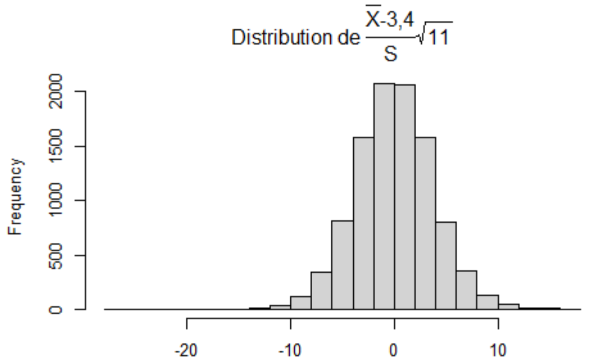
σ = 0.07



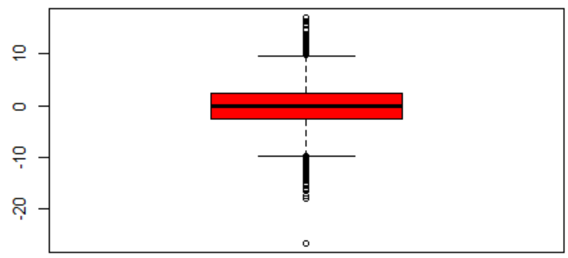
$\sigma = 0.08$



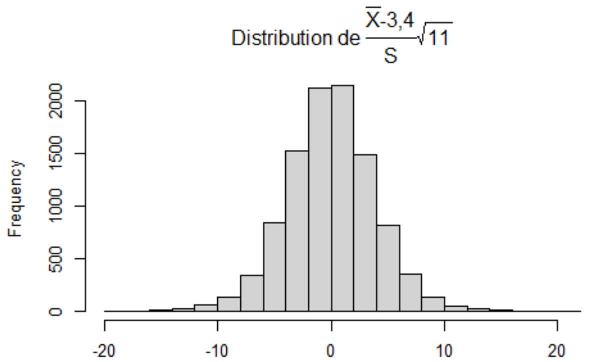
$\sigma = 0.08$



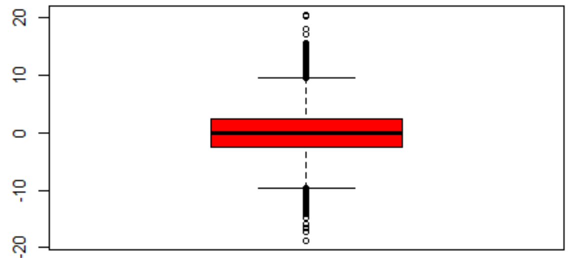
$\sigma = 0.09$



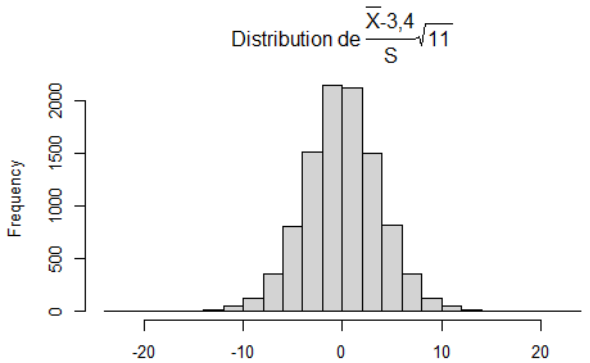
$\sigma = 0.09$



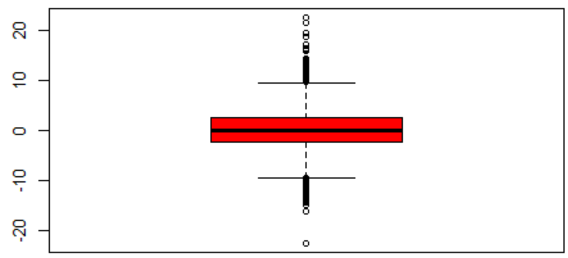
$\sigma = 0.10$



$\sigma = 0.10$

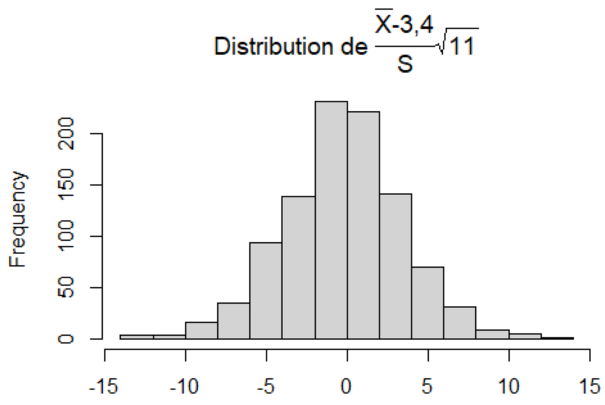


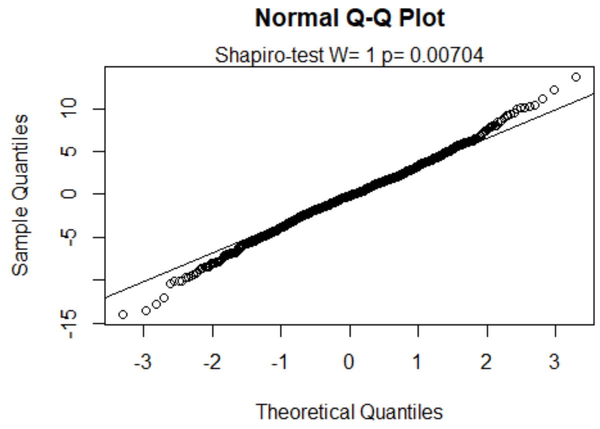
$\sigma = 0.11$



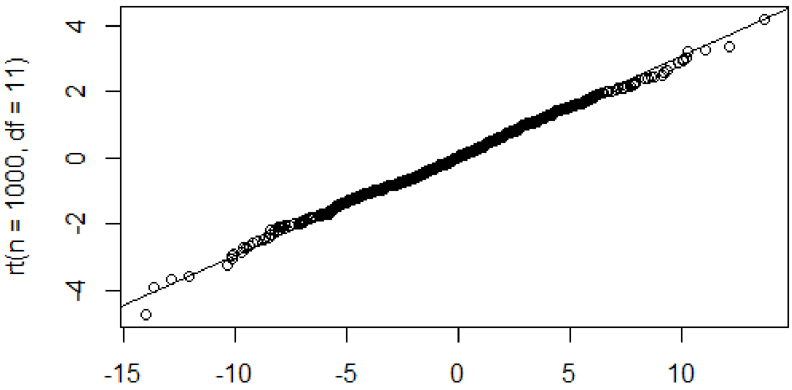
$\sigma = 0.11$

Le rejet de la loi normale pour cette nouvelle variable statistique induira l’introduction de la loi de Student.





On peut pour confirmer construire le graphique quantile-quantile entre $\frac{\bar{X}-3{,}4}{S}\sqrt{11}$ et la loi de Student T_{11}.

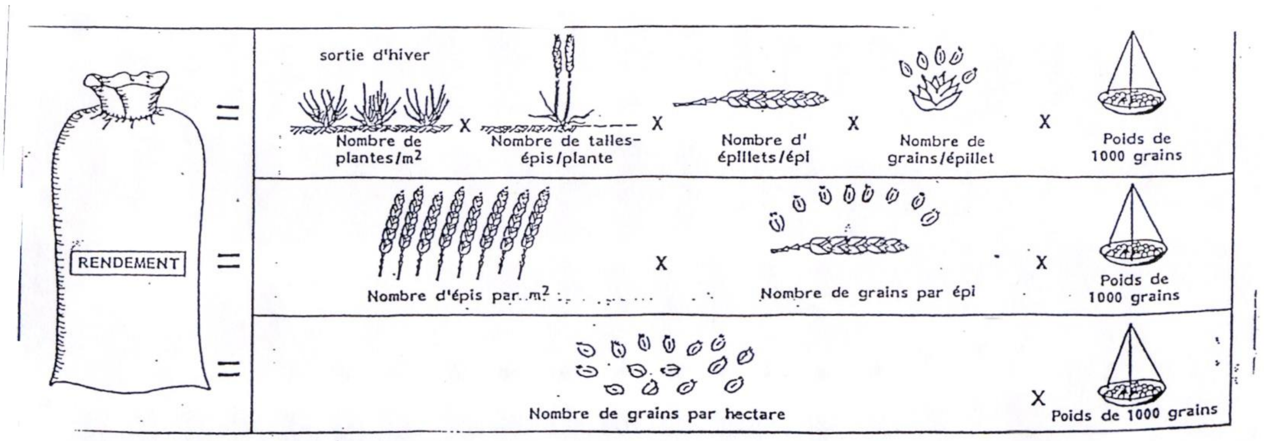


La mise en place du test avec la loi de Student conclut l'exemple. On peut discuter de l'unilatéralité ou de la bilatéralité du test.

Mise en place d'automatismes (ou de rituels).

En complément de ces études en contexte, la pratique d'automatismes vise à construire et entretenir des aptitudes dans le domaine mathématique. L'ensemble des automatismes doit être pratiqué quelles que soient les thématiques travaillées. Certains points sont vus ici comme des acquis à consolider, essentiels pour la formation d'un citoyen et d'un futur professionnel. L'enseignant peut proposer les situations suivantes, sans caractère exhaustif ni obligatoire :

- Utilisation des puissances de 10 et des multiples en général en prenant par exemple la surface sur le terrain et un plan avec une échelle 1/100 pour un bâtiment ou 1/2000 pour des parcelles de terrain.
- Approximation du poids âge type (PAT) d'un animal. Par exemple, on souhaite avoir le PAT 70 (à 70 jours) d'un agneau connaissant les pesées à 57 et 77 jours.
- Estimation de la surface labourée en une heure avec une charrue 4 corps de largeur de travail de 1m60 de large qui avance à 5 km/h. (https://www.perspectives-agricoles.com/file/galleryelement/pj/0e/01/11/6f/358_8612880357349964589.pdf)
-Détermination du volume, et donc du nombre de bennes, nécessaire si on épand 4 cm de matières organiques sur 1 hectare.
- Calcul du temps nécessaire pour épandre un engrais avec un épandeur à débit constant pour une surface donnée, connaissant la largeur d'épandage et la vitesse d'avancement du tracteur.
- Conversion pour estimer un rendement :



ESTIMATION DU RENDEMENT

- Calcul de la valeur de la TVA sur l'achat d'un matériel à partir du prix TTC et du pourcentage de TVA.
- Détermination du taux de remise sachant qu'on a 1 200 € de réduction sur un article coûtant 6 000 €.
- Application de la formule donnée préalablement du remboursement d'un prêt de capital C en euros, sur n mois, au taux annuel de t % dans un cas issu du stage d'un apprenant.
- Construire des références de solides (prisme droit, cylindre, cône) et de leur volume respectif afin d'estimer un ordre de grandeur d'un volume d'un contenant en lien avec le domaine professionnel (volume de bergerie, capacité de hangar à stockage, volume de cuve à eau, tank à lait, volume de cuve à méthanisation, d'abreuvoir,)
- Calculer une ration (systèmes de 2 équations à la calculatrice) ou un problème de mélange (croix des mélanges) ou un calcul de concentration.

Par exemple, pour le calcul d'une ration :

besoin en UFL = quantité de foin$\times$UFL$_{foin}$ + quantité d'ensilage$\times$UFL$_{ensilage}$

CI = quantité de foin$\times$VEF$_{foin}$ + quantité d'ensilage$\times$VEF$_{ensilage}$

avec pour notations : UFL = unité fourragère lait,

VEF= valeur énergétique, CI=capacité d'ingestion

- Calcul de la capacité d'ingestion d'une vache laitière :

Effets principaux						Correctifs multiplicatifs						
Format moyen (kg de poids vif)		Potentiel lait (kg/j)		Réserves (note d'état)		Lactation (nombre de semaines)			Gestation (nombre de semaines)		Maturité (âge en mois)	
							Primi	Multi				
450	11,65	tarie	0,00	0,5	3,75	1	0,66	0,74	< 30	1,00	20	0,78
500	12,40	5	0,75	1,0	3,00	2	0,71	0,78	30	0,98	24	0,84
550	13,15	10	1,50	1,5	2,25	3	0,75	0,81	31	0,98	28	0,88
600	13,90	15	2,25	2,0	1,50	4	0,79	0,84	32	0,97	32	0,91
650	14,65	20	3,00	2,5	0,75	6	0,85	0,89	33	0,97	36	0,94
700	15,40	25	3,75	3,0	0,00	8	0,89	0,92	34	0,96	40	0,96
750	16,15	30	4,50	3,5	−0,75	10	0,92	0,94	35	0,94	44	0,97
800	16,90	35	5,25	4,0	−1,50	12	0,94	0,96	36	0,93	48	0,98
		40	6,00	4,5	−2,25	14	0,96	0,97	37	0,91	52	0,98
		45	6,75	5,0	−3,00	16	0,97	0,98	38	0,88	56	0,99
		50	7,50			20	0,98	0,99	39	0,84	> 60	1,00
		55	8,25			24	0,99	0,99	> 40	0,80		
		60	9,00			> 24	1,00	1,00				

CI = (+ +) × × ×

* Exemple : pour une vache multipare (38 mois) de 700 kg en 8e semaine de lactation avec une production potentielle de lait de 42,5 kg/j et une note d'état de 2,5, on a CI = (15,4 + 6,38 + 0,75) × 0,92 × 1 × 0,95 = 19,7 UEL.

(https://conseilenagriculture.fr/calculer-ration-vache-laitiere/)

- Représentation graphique la plus parlante du chiffre d'affaires annuel d'une exploitation agricole en

fonction des activités.
- Lecture directe d'un tableau d'annuités issu d'un document provenant d'une banque.
- Explicitation du chiffre d'affaires moyen et de son écart type d'une exploitation agricole du secteur géographique local à l'aide d'un outil numérique et bien en saisir l'interprétation.
- Calcul d'un pourcentage de pente pour évacuer l'eau.
- Calcul du chargement à l'hectare d'une exploitation bovine, avec différentes méthodes, connaissant la SAU (superficie agricole utilisée) et le nombre d'animaux de chaque catégorie en utilisant le tableau des UGB (unité de gros bétail) par type d'animal :

	Recherche publique INRAE	**Institut de l'Élevage**	**Administration aides PAC**	**Eurostat Statistique européenne**
Vache laitière	1	1	1	1
Vache allaitante sans veau	0,86	0,85	1	0,8
Femelle 3-8 mois	0,32	0,25	0	0,4
Femelle 8-12 mois	0,39	0,4	0,6	0,4
Femelle 12-24 mois	0,6	0,6	0,6	0,7
Femelle 24-36 mois	0,8	0,8	1	0,8
Mâle 3-8 mois	0,32	0,25	0	0,4
Mâle maigre 8-12 mois	0,45	0,4	0,6	0,4
Mâle maigre 12-24 mois	0,65	0,6	0,6	0,7
Taurillon 8-12 mois	0,45	0,6	0,6	0,4
Taurillon 12-24 mois	0,8	0,8	0,6	0,7
Bœuf 8-12 mois	0,45	0,45	0,6	0,4
Bœuf 12-24 mois	0,65	0,6	0,6	0,7
Bœuf 24-36 mois	0,85	0,8	1	1

- Manipulation des changements d'unités par exemple en déterminant la surface sur un plan à l'échelle pour trouver la surface sur le terrain et réciproquement.
- Détermination de l'ordre de grandeur du volume d'un semi-remorque, d'une cuve cylindrique.
- Calcul de fumure pour un semis (apport NPK) en utilisant la proportionnalité.
- Donner le poids de 1 000 grains avec changement d'unité.
- Justifications probabilistes de la construction d'un tableau de croisement génétique.
- Calcul d'un Gain Moyen Quotidien.
- Calcul d'un prix TTC.

Annexe 1

Exemple: Introduire le test d'indépendance du Khi2

Introduire la distribution du χ^2par simulation de l'adéquation à une loi. Par exemple, appuyons-nous sur l'expérience de Mendel sur la transmission de caractères sur les pois.

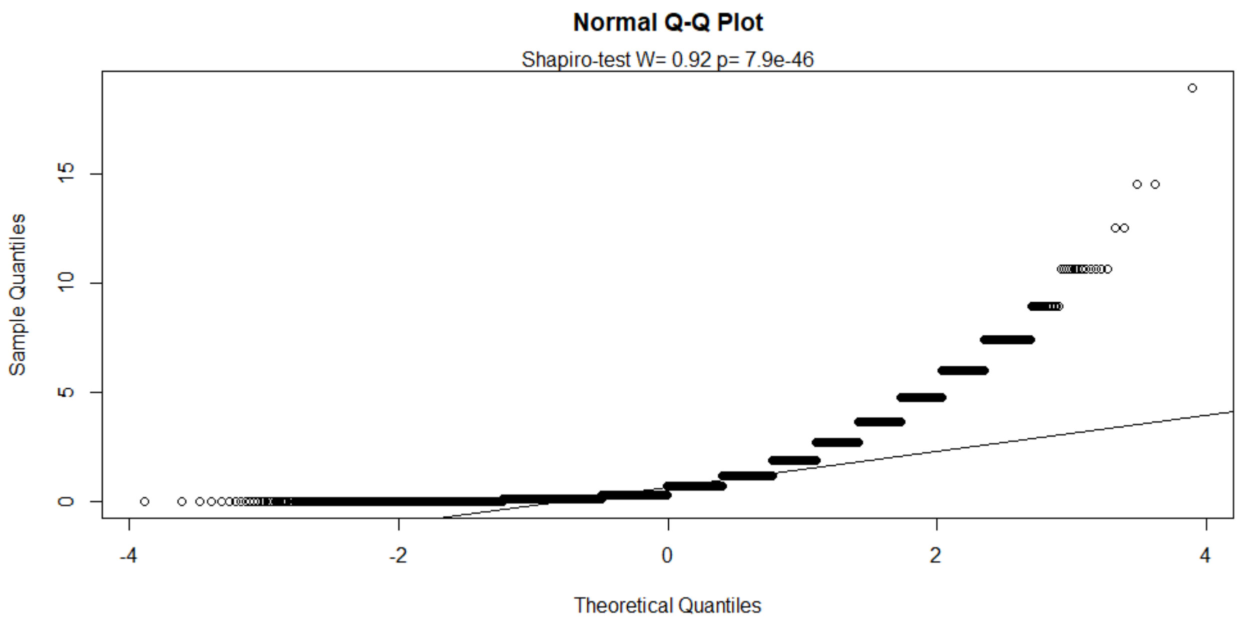
Pour comprendre la transmission d'un caractère d'une génération à l'autre, Mendel féconde artificiellement deux variétés de pois de lignée pure. L'un avec le caractère « graines lisses », l'autre avec le caractère « graines ridées ». La descendance obtenue (F1) ne possède que des graines lisses. Il poursuit l'expérience en réalisant l'autofécondation de la génération (F1). Il obtient la répartition suivante pour la génération (F2).

Caractère	Graines ridées	Graines lisses	Total
Effectifs	21	51	72

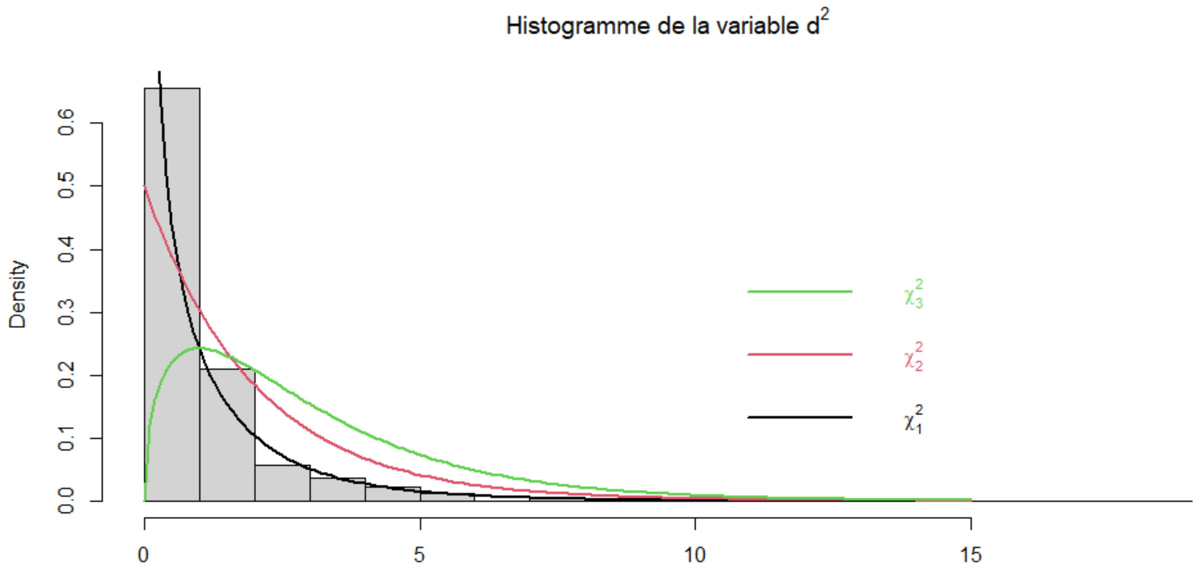
Ces résultats expérimentaux confirment-t-ils l'hypothèse de Mendel qui prévoit une répartition de 25% et 75% ?

On simule la variable statistique d^2 et on étudie sa répartition. En notant $O_{i,j}$ les effectifs observées et $E_{i,j}$ les effectifs attendus calculés à partir du modèle de Mendel.

$$d^2 = \sum_{i,j} \frac{\left(O_{i,j} - E_{i,j}\right)^2}{E_{i,j}}$$



La forme de l'histogramme indique que la distribution de d^2 ne s'apparente pas à une loi normale, hypothèse qui peut être confirmée avec un Q-Q Plot et un test de Shapiro-Wilk. On est donc amené à chercher une autre loi. Ce qui permet d'introduire les lois du χ^2.



On peut alors s'intéresser à l'expérience de Mendel avec deux caractères exprimés par des gènes comportant deux allèles (l'un dominant A, B et l'autre récessif a, b) sur des chromosomes différents.
On obtient pour la génération (F2) le tableau suivant :

Caractères	Ab	aB	Ab	AB	Total
Effectifs	3	15	13	33	64

Ces résultats expérimentaux confirment-t-ils l'hypothèse de Mendel qui prévoit la distribution $\left(\frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{9}{16}\right)$?

De la même manière, on obtient :