

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
ÉPREUVE N° 4
MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Options : Technicien vente et conseil – qualité en produits alimentaires
Technicien vente et conseil – qualité en vins et spiritueux

Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Les candidats traiteront chaque partie sur des feuilles séparées

Le sujet comporte 11 pages

PARTIE 1 : MATHÉMATIQUES..... 20 points
Annexes A/B, C et D

PARTIE 2 : SCIENCES PHYSIQUES..... 20 points
Annexe E

Les annexes sont à rendre avec la copie

SUJET

PARTIE 1 : MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (14 points)

Dans le cadre d'un suivi médical, l'institut *Médicanalyse* relève régulièrement, pendant les trois premières années de leurs vies, la taille en centimètre d'une centaine d'enfants.

Taille annuelle en cm	Centre des classes	Nombre d'enfants année 1	Nombre d'enfants année 2	Nombre d'enfants année 3
[65 ; 70[		8	5	0
[70 ; 75[		35	20	5
[75 ; 80[		27	32	10
[80 ; 85[		12	22	40
[85 ; 90[	87,5	10	12	30
[90 ; 95[		8	8	10
[95 ; 100[		0	1	5
Total		100	100	100

1. Calculer le centre de chacune des classes. Remplir le tableau en **annexe A** (à rendre avec la copie).
2. Pour chaque année calculer la moyenne et l'écart type des tailles des séries étudiées ; donner les résultats au centième. (Les calculs doivent être effectués avec une calculatrice graphique).

L'ordre de grandeur des valeurs des moyennes et des écart-types est :

	Année 1	Année 2	Année 3
Moyenne	78	80	85
Écart type	7	6,7	5,6

3. Dans quelle année les valeurs de la taille sont-elles moins dispersées par rapport à la moyenne ? Donner une justification mathématique.
4. Quelle est l'année où la taille présente la plus grande étendue ? Justifier.
5. Quelle est l'année où 80% des enfants ont une taille qui se situe dans l'intervalle $[75 ; 90[$? Justifier.
6. Proposer une conclusion que peuvent permettre ces données chiffrées.
(*Tout essai de conclusion est pris en compte*)

L'institut *Médicanalyse* estime que l'évolution de la taille, en centimètre, en fonction de l'âge, en année, d'un enfant de moins de 6 ans, peut-être modélisée par la fonction définie sur $[0,2 ; 6]$ par :

$$f(x) = 70 + 5x + 9\ln x.$$

7. Donner au cm près une estimation :
 - a. De la taille d'un enfant d'un an.
 - b. De la taille d'un enfant de 4 ans.
8. Compléter le tableau de valeur en **annexe B** (à rendre avec la copie) ; les valeurs seront arrondies au cm.
9. Calculer f' , la fonction dérivée de la fonction f .
10. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[0,2 ; 6]$.
11. Dresser le tableau de variation de la fonction f .
12. La représentation graphique de la fonction f est donnée en **annexe C** (à rendre avec la copie).
 - a. Donner un titre au graphique.
 - b. Trouver graphiquement l'âge d'un enfant de taille 105 cm. (*laissez les traits de construction apparents*).
 - c. Exprimez la réponse sous la forme d'un encadrement.

EXERCICE 2 (6 points)

Dans une classe de baccalauréat professionnel de 30 élèves dont 8 filles, chaque élève possède une seule calculatrice graphique. Les calculatrices graphiques sont de couleurs bleu, violette ou rouge.

- La moitié des calculatrices graphiques sont bleues.
 - Une calculatrice graphique sur six est violette.
 - 25 % des calculatrices graphiques des filles sont violettes et 75 % sont rouge.
1. Montrer qu'aucune fille ne possède de calculatrice graphique bleue.
 2. Compléter le tableau en **annexe D** (à rendre avec la copie).
 3. Quel est le pourcentage des garçons parmi les propriétaires de calculatrices graphiques bleues.
 4. Quel est le pourcentage des garçons parmi les propriétaires de calculatrices graphiques rouges.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES – BAC PRO
(toute autre formule peut être fournie avec le sujet)

ALGÈBRE

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) avec $\Delta = b^2 - 4ac$.

✓ si $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$

✓ si $\Delta = 0$, l'équation admet la solution double : $-\frac{b}{2a}$

$$\text{et : } ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

✓ si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{et : } ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$$

SUITES NUMÉRIQUES :

- suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r :

$$u_n = u_0 + nr \quad \text{et} \quad u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}.$$

- suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q :

$$u_n = u_0 \times q^n \quad \text{et} \quad u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad (q \neq 1).$$

GEOMETRIE : ABC étant un triangle quelconque avec $AB = c$; $AC = b$ et $BC = a$

- formule d'Al Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$;

- formule de Héron :

$$\text{l'aire est : } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{avec } p = \frac{a+b+c}{2} \quad (\text{demi-périmètre})$$

STATISTIQUES :

n_i désigne l'effectif correspondant au caractère x_i et N l'effectif total.

$$\bullet \text{ moyenne : } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{N} ; \bullet \text{ variance : } V = \frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 ;$$

- écart-type : $\sigma = \sqrt{V}$.

LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES :

- $\ln e = 1$; $e^1 = e$; $\ln 1 = 0$

- pour a et b réels strictement positifs :

$$\ln ab = \ln a + \ln b ; \ln \left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b ; \ln \left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a ; \ln a^n = n \ln a \quad (n \text{ entier}).$$

- pour a et b réels quelconques : $e^{a+b} = e^a \times e^b$; $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$.

- pour tout réel x , $\ln(e^x) = x$; pour tout réel $x > 0$, $e^{\ln x} = x$.

- pour tout réel $x > 0$, $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$, ($\log$ désigne la fonction logarithme décimal)

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES – BAC PRO
(toute autre formule peut être fournie avec le sujet)

ANALYSE :			• Dérivées et primitives : k désigne une constante réelle. • Dérivation : opérations. $(u + v)' = u' + v'$ $(k u)' = k u'$ $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$ $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ $(e^u)' = u' e^u$ • Calcul intégral : Si F est une primitive de f sur $[a ; b]$, a et b réels, f étant définie sur $[a ; b]$: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$	
a (constante réelle)	0	$ax + k$	
x	1	$\frac{1}{2}x^2 + k$	
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$	
$\frac{1}{x}, x$ non nul	$-\frac{1}{x^2}, x$ non nul	$(\ln x + k), \text{ pour } x > 0$	
$\frac{1}{x^2}, x$ non nul	$-\frac{2}{x^3}, x$ non nul	$-\frac{1}{x} + k, x$ non nul	
$\ln x, x > 0$	$\frac{1}{x}, x > 0$		
e^x	e^x	$e^x + k$	
e^{ax}, a constante réelle	$a \times e^{ax}$	$\frac{1}{a} \times e^{ax}$ pour a non nul.	

PARTIE SCIENCES PHYSIQUES

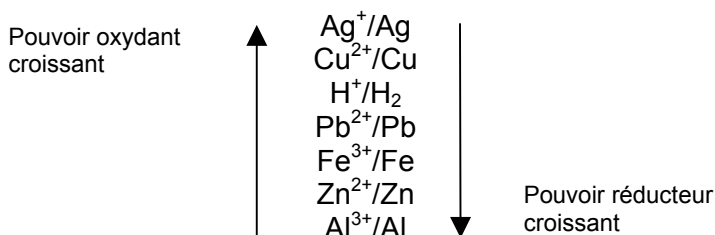
Les calculs effectués doivent être détaillés et justifiés. L'écriture des formules ou expressions littérales des lois utilisées est exigée.

Le lait est une matière première très utilisée dans l'industrie agroalimentaire : fabrication de fromages, crèmes desserts, yaourts, glaces, beurre...

EXERCICE 1 : Le lait et sa conservation (5 points)

Le lait frais est légèrement acide. Cette acidité est liée à la présence des ions H^+ libérés par l'acide lactique. Le lait est souvent stocké dans des briques alimentaires. Celles-ci sont composées de trois films : une pellicule extérieure de carton, une couche centrale en aluminium (Al) et un film plastique à l'intérieur.

- 1.1 En l'absence de film plastique, relever dans la classification suivante les deux couples intervenant dans la réaction chimique qui se produirait.



- 1.2 Nommer le type de réaction chimique évitée par la présence du film plastique.

La lyophilisation du lait est un procédé de déshydratation qui permet d'assurer sa stabilité ainsi que de réduire les coûts de transport et de stockage. Une des méthodes utilisées par l'industrie agroalimentaire consiste, dans un premier temps, à congeler le produit. Dans un second temps, un des composés du lait est sublimé : il passe de l'état solide à l'état gazeux.

- 1.3 Nommer le composé éliminé lors de la lyophilisation.

On veut lyophiliser 1 000 L de lait.

- 1.4 Calculer la masse d'eau contenue dans les 1 000 L de lait.

Donnée : 1 litre de lait contient 905 g d'eau

- 1.5 Calculer la quantité de chaleur Q nécessaire à cette opération.

Données : $Q = m \cdot L_{\text{sublimation}}$

$L_{\text{sublimation}} = 2\,834 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

- 1.6 Préciser si la chaleur est cédée par le lait ou fournie au lait.

EXERCICE 2 : Le beurre (3,5 points)

Le beurre est un produit alimentaire qui doit contenir entre 80% et 90% de matières grasses. Le principal composant du beurre est la butyrine, qui est un triester du glycérol et de l'acide butanoïque.

1. À quel groupe de biomolécules appartient la butyrine ?

2. Donner la formule semi-développée de l'acide butanoïque.

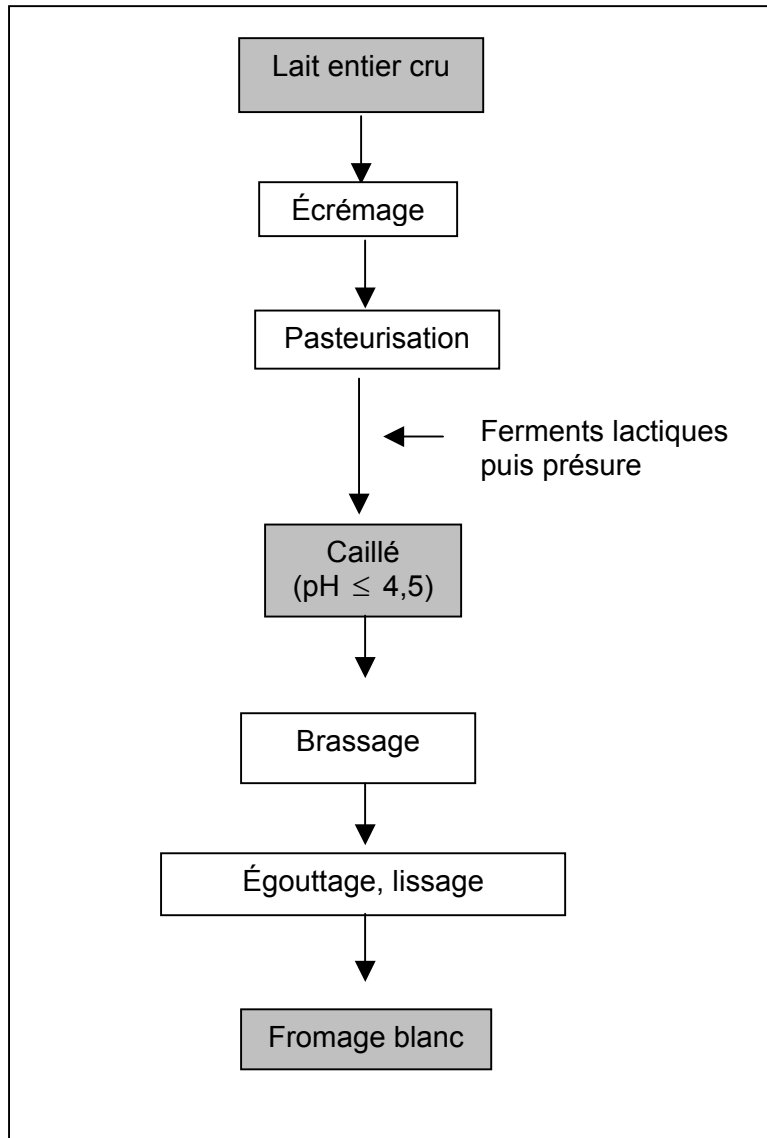
3. L'acide butanoïque est un acide gras saturé. Justifier l'appellation « saturée ».

Il est préférable de consommer le beurre cru, plutôt que cuit car vers 120°C , ses matières grasses se décomposent et il se forme de l'acroléine, une substance indigeste qui fait augmenter le taux de cholestérol.

4. La formule semi-développée de l'acroléine est $\text{CH}_2 = \text{CH} - \text{CHO}$. Recopier cette molécule puis entourer et nommer le groupe fonctionnel caractéristique.

EXERCICE 3 : Le fromage blanc (11,5 points)

Voici le schéma général de la technologie de fabrication d'un fromage blanc.



1. Le fromage blanc est issu de la fermentation lactique qui se déroule en deux étapes :

- Le lactose, de formule brute $C_{12}H_{22}O_{11}$, est hydrolysé ;
- Puis le glucose, de formule $C_6H_{12}O_6$, est transformé en acide lactique de formule semi-développée $CH_3-CHOH-COOH$.

1.1 Situer le lactose dans la classification des glucides.

1.2 Nommer les deux produits de l'hydrolyse du lactose.

1.3 Relever dans le schéma de fabrication les substances biologiques qui doivent être ajoutées au lait pour permettre la fermentation.

1.4 Nommer l'intermédiaire de fabrication obtenu.

1.5 Écrire et équilibrer l'équation chimique de la synthèse de l'acide lactique à partir du glucose.

2. La fermentation lactique s'accompagne de la coagulation de la caséine, une des principales protéines du lait. La caséine est un assemblage d'acides aminés.

2.1 Écrire la formule générale d'un acide aminé.

2.2 Donner le nom de la liaison entre deux acides aminés.

3. La qualité du fromage blanc est déterminée par les caractéristiques physico-chimiques du caillé.

3.1 Le pH est un paramètre déterminant. Retrouver dans le schéma général la valeur maximale de pH possible.

La détermination de l'acidité du caillé peut être réalisée par un dosage acide/base. On prélève un volume $V_A = 50 \text{ mL}$ de caillé auquel on ajoute quelques gouttes de phénolphtaléine. Le dosage est réalisé par une solution de soude de concentration $C_B = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

3.2 Légender le schéma de l'**annexe E** (à rendre avec la copie).

3.3 Préciser le rôle de la phénolphtaléine.

3.4 L'équivalence est atteinte lorsqu'on a ajouté un volume de soude $V_B = 5 \text{ mL}$. Calculer la concentration C_A du caillé.

3.4.1 En déduire le pH du caillé.

3.4.2 Ce caillé permet-il la fabrication de fromage blanc ? Justifier.

MEX

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

Date de naissance :

19

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE**EXAMEN :**

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

Annexes A/B (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

ANNEXE A

<i>Taille annuelle en cm</i>	<i>Centre des classes</i>	<i>Nombre d'enfants année 1</i>	<i>Nombre d'enfants année 2</i>	<i>Nombre d'enfants année 3</i>
[65 ; 70[		8	5	0
[70 ; 75[		35	20	5
[75 ; 80[		27	32	10
[80 ; 85[		12	22	40
[85 ; 90[	87,5	10	12	30
[90 ; 95[		8	8	10
[95 ; 100[		0	1	5
Total		100	100	100

ANNEXE B

x	0,25	0,75	1	1,5	2	4	6
f(x)							

MEX

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE
EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Date de naissance : 19

Centre d'épreuve :

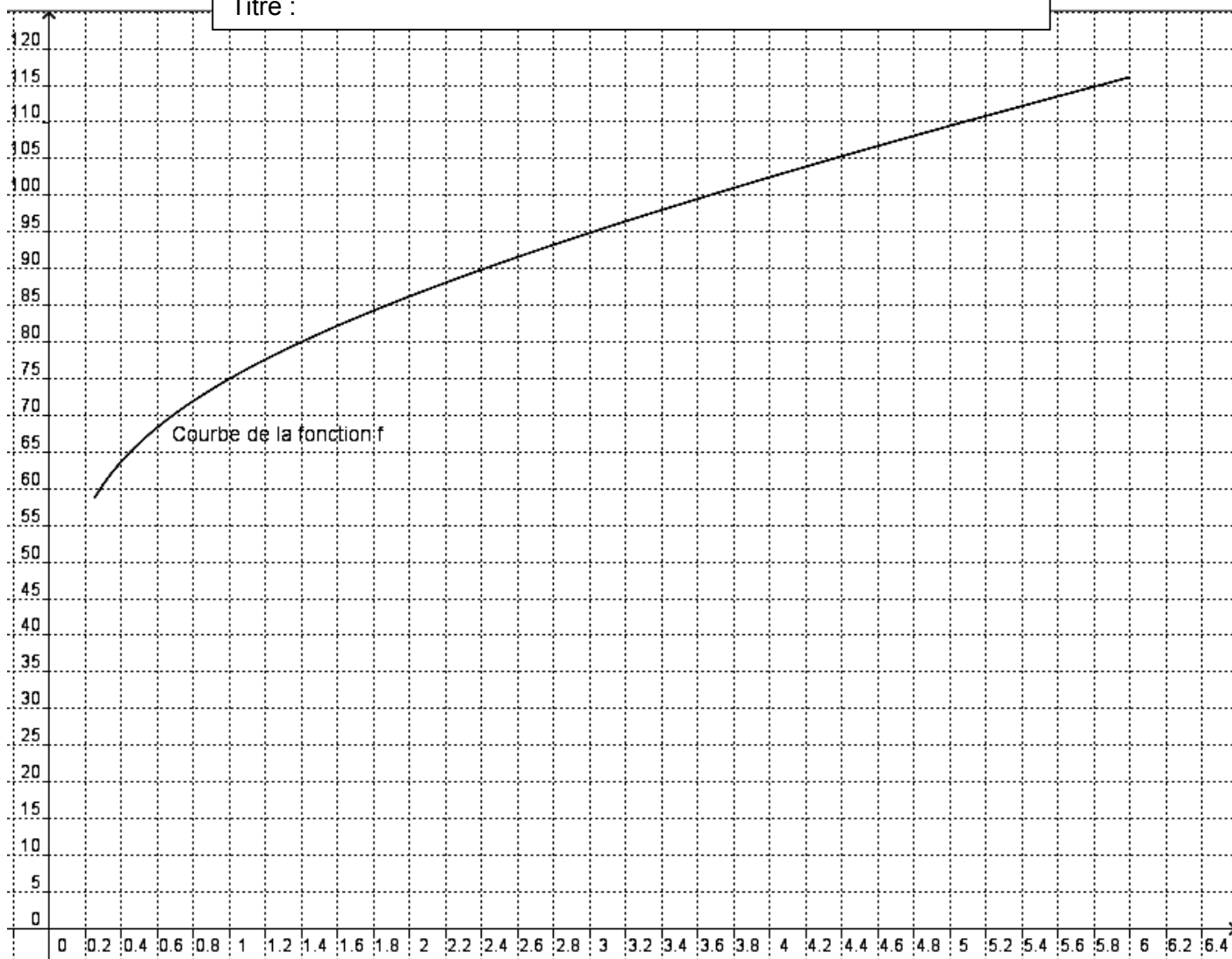
Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE C (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

Titre :



MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Date de naissance : 19

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE D (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

Couleur Sexe	Bleue	Violette	Rouge	Total
Filles				
Garçons			4	
Total				30

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénoms :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Date de naissance :

19

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

ANNEXE E (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

SCHÉMA DU MONTAGE DU DOSAGE ACIDE-BASE

