**REMPLACEMENT 2013**
Métropole - Réunion

# BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
## TRAITEMENT DE DONNÉES

**Toutes options**

*Durée : 3 heures*

---

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

**Rappel** : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calcul, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet.
**Tout autre usage est interdit.**

---

Le sujet comporte 6 pages


**EXERCICE 1 :** ..... **5 points**
**EXERCICE 2 :** ..... **8 points**
**EXERCICE 3 :** ..... **7 points**


---

# SUJET

## EXERCICE 1 *(5 points)*

Dans un élevage de bovins comportant trois races différentes, on souhaite savoir si la fréquence des avortements est liée à la race. Sur 90 gestations, on a obtenu les résultats suivants :

| | Vêlage | Avortement |
|---|---|---|
| Race 1 | 24 | 3 |
| Race 2 | 22 | 13 |
| Race 3 | 23 | 5 |

A l'aide d'un test du $\chi^2$, déterminer si la fréquence des avortements dépend de la race. Le seuil de risque est 0,05.

## EXERCICE 2 *(8 points)*

Un maraîcher estime que 15 % des pêches qu'il produit ont une taille insuffisante pour être commercialisables. On prélève au hasard $n$ pêches. On suppose que $n$ est suffisamment petit, par rapport à la quantité de pêches produites, pour assimiler ce prélèvement au tirage successif avec remise d'un échantillon de $n$ pêches.

On considère la variable aléatoire $X$ , prenant pour valeur le nombre de pêches non commercialisables d'un échantillon de taille $n$ .

**1.** Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$ . Une justification précise est demandée.

**2.** On considère un échantillon de 15 pêches.

**a.** Calculer la probabilité pour que ce lot contienne au moins deux pêches non commercialisables.

**b.** Calculer la probabilité pour que, dans ce lot, toutes les pêches soient commercialisables.

**3.** On considère un échantillon de 500 pêches.

On désigne par $Y$ la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de pêches non commercialisables de ce nouvel échantillon.

**a.** Par quelle loi peut-on approcher la loi de $Y$ ? La réponse sera justifiée.

**b.** Calculer la probabilité qu'au moins 70 pêches de cet échantillon ne soient pas commercialisables.

**4.** Le maraîcher décide de contrôler la masse unitaire exprimée en grammes des pêches de sa production. Pour cela, il prélève un échantillon aléatoire simple de 150 pêches. Il obtient alors une moyenne des masses $\bar{x} = 125$ et un écart type $s = 18$.

**a.** Donner une estimation ponctuelle de la moyenne $\mu$ et de la variance $\sigma^2$ du poids d'une pêche de la production.

**b.** Déterminer une estimation par intervalle de confiance de $\mu$ au niveau de confiance 0,95. Les bornes de l'intervalle seront arrondies à $10^{-2}$ près.

*On rappelle que, si $X$ est distribuée selon la loi $B(n,p)$ :*

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \quad \text{où } \binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$E(X) = np \qquad V(X) = npq$$

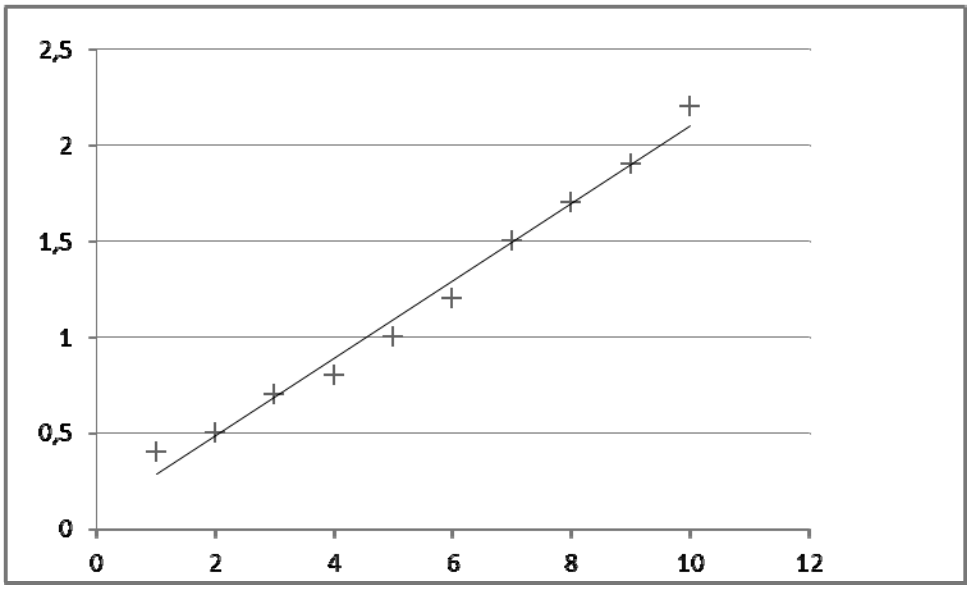
## EXERCICE 3 *(7 points)*

L'entreprise PLANTA fabrique et commercialise un fertilisant. L'évolution du chiffre d'affaire en millions d'euros de cette entreprise entre les années 2001 et 2010 est donnée dans le tableau ci-dessous :

| Année | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ rang de l'année | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $y_i$ chiffre d'affaire en millions d'euros | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 1 | 1,2 | 1,5 | 1,7 | 1,9 | 2,2 |

*Dans cet exercice, les résultats seront donnés à $10^{-4}$ près.*

**1.** Le nuage de points de la série $(x_i, y_i)$ et la droite d'ajustement de $Y$ en $X$ sont donnés ci-dessous :




Expliquer pourquoi l'ajustement linéaire entre les variables $X$ et $Y$ ne peut être retenu.

**2.** On pose pour $1 \leq i \leq 10$, $z_i = \sqrt{y_i}$ .
Construire le tableau de la série $(x_i, z_i)$ .

**3.** Dans un plan muni d'un repère orthogonal, construire le nuage de points de la série $(x_i, z_i)$ dans un plan muni d'un repère orthogonal.

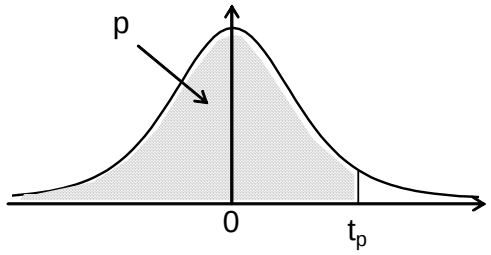
**4.** Donner, à l'aide de la calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire entre les variables statistiques $X$ et $Z$ .

**5.** Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de $Z$ en $X$ .

**6.** En déduire une expression de $Y$ en fonction de $X$ .

**7.** Utiliser l'expression précédente pour estimer le chiffre d'affaire en 2013.

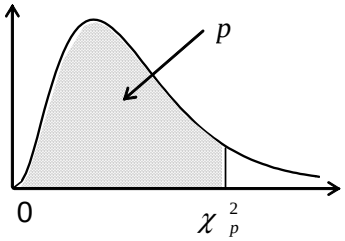
Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.
Valeurs $t_p$ telles que Prob($T \leq t_p$) = p




| k \ p | 0,90 | 0,95 | 0,975 | 0,99 | 0,995 | 0,999 | 0,9995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,08 | 6,31 | 12,71 | 31,82 | 63,66 | 318,29 | 636,58 |
| 2 | 1,89 | 2,92 | 4,30 | 6,96 | 9,92 | 22,33 | 31,60 |
| 3 | 1,64 | 2,35 | 3,18 | 4,54 | 5,84 | 10,21 | 12,92 |
| 4 | 1,53 | 2,13 | 2,78 | 3,75 | 4,60 | 7,17 | 8,61 |
| 5 | 1,48 | 2,02 | 2,57 | 3,36 | 4,03 | 5,89 | 6,87 |
| 6 | 1,44 | 1,94 | 2,45 | 3,14 | 3,71 | 5,21 | 5,96 |
| 7 | 1,41 | 1,89 | 2,36 | 3,00 | 3,50 | 4,79 | 5,41 |
| 8 | 1,40 | 1,86 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 4,50 | 5,04 |
| 9 | 1,38 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,37 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 11 | 1,36 | 1,80 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,02 | 4,44 |
| 12 | 1,36 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 13 | 1,35 | 1,77 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 3,85 | 4,22 |
| 14 | 1,35 | 1,76 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 3,79 | 4,14 |
| 15 | 1,34 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |
| 16 | 1,34 | 1,75 | 2,12 | 2,58 | 2,92 | 3,69 | 4,01 |
| 17 | 1,33 | 1,74 | 2,11 | 2,57 | 2,90 | 3,65 | 3,97 |
| 18 | 1,33 | 1,73 | 2,10 | 2,55 | 2,88 | 3,61 | 3,92 |
| 19 | 1,33 | 1,73 | 2,09 | 2,54 | 2,86 | 3,58 | 3,88 |
| 20 | 1,33 | 1,72 | 2,09 | 2,53 | 2,85 | 3,55 | 3,85 |
| 21 | 1,32 | 1,72 | 2,08 | 2,52 | 2,83 | 3,53 | 3,82 |
| 22 | 1,32 | 1,72 | 2,07 | 2,51 | 2,82 | 3,50 | 3,79 |
| 23 | 1,32 | 1,71 | 2,07 | 2,50 | 2,81 | 3,48 | 3,77 |
| 24 | 1,32 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,80 | 3,47 | 3,75 |
| 25 | 1,32 | 1,71 | 2,06 | 2,49 | 2,79 | 3,45 | 3,73 |
| 26 | 1,31 | 1,71 | 2,06 | 2,48 | 2,78 | 3,43 | 3,71 |
| 27 | 1,31 | 1,70 | 2,05 | 2,47 | 2,77 | 3,42 | 3,69 |
| 28 | 1,31 | 1,70 | 2,05 | 2,47 | 2,76 | 3,41 | 3,67 |
| 29 | 1,31 | 1,70 | 2,05 | 2,46 | 2,76 | 3,40 | 3,66 |
| 30 | 1,31 | 1,70 | 2,04 | 2,46 | 2,75 | 3,39 | 3,65 |
| 35 | 1,31 | 1,69 | 2,03 | 2,44 | 2,72 | 3,34 | 3,59 |
| 40 | 1,30 | 1,68 | 2,02 | 2,42 | 2,70 | 3,31 | 3,55 |
| 45 | 1,30 | 1,68 | 2,01 | 2,41 | 2,69 | 3,28 | 3,52 |
| 50 | 1,30 | 1,68 | 2,01 | 2,40 | 2,68 | 3,26 | 3,50 |
| 60 | 1,30 | 1,67 | 2,00 | 2,39 | 2,66 | 3,23 | 3,46 |
| 80 | 1,29 | 1,66 | 1,99 | 2,37 | 2,64 | 3,20 | 3,42 |
| 100 | 1,29 | 1,66 | 1,98 | 2,36 | 2,63 | 3,17 | 3,39 |
| 200 | 1,29 | 1,65 | 1,97 | 2,35 | 2,60 | 3,13 | 3,34 |
| 500 | 1,28 | 1,65 | 1,96 | 2,33 | 2,59 | 3,11 | 3,31 |
| 1000 | 1,28 | 1,65 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,10 | 3,30 |
| 10000 | 1,28 | 1,64 | 1,96 | 2,33 | 2,58 | 3,09 | 3,29 |

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

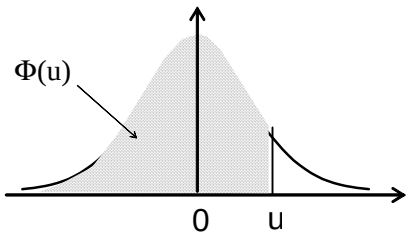
Valeurs $\chi^2_p$ telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$




| k \ p | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 0,02 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 |
| 2 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 10,60 |
| 3 | 0,07 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 12,84 |
| 4 | 0,21 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 14,86 |
| 5 | 0,41 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 16,75 |
| 6 | 0,68 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 | 18,55 |
| 7 | 0,99 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 | 20,28 |
| 8 | 1,34 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 | 21,95 |
| 9 | 1,73 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 | 23,59 |
| 10 | 2,16 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 | 25,19 |
| 11 | 2,60 | 3,05 | 3,82 | 4,57 | 5,58 | 17,28 | 19,68 | 21,92 | 24,73 | 26,76 |
| 12 | 3,07 | 3,57 | 4,40 | 5,23 | 6,30 | 18,55 | 21,03 | 23,34 | 26,22 | 28,30 |
| 13 | 3,57 | 4,11 | 5,01 | 5,89 | 7,04 | 19,81 | 22,36 | 24,74 | 27,69 | 29,82 |
| 14 | 4,07 | 4,66 | 5,63 | 6,57 | 7,79 | 21,06 | 23,68 | 26,12 | 29,14 | 31,32 |
| 15 | 4,60 | 5,23 | 6,26 | 7,26 | 8,55 | 22,31 | 25,00 | 27,49 | 30,58 | 32,80 |
| 16 | 5,14 | 5,81 | 6,91 | 7,96 | 9,31 | 23,54 | 26,30 | 28,85 | 32,00 | 34,27 |
| 17 | 5,70 | 6,41 | 7,56 | 8,67 | 10,09 | 24,77 | 27,59 | 30,19 | 33,41 | 35,72 |
| 18 | 6,26 | 7,01 | 8,23 | 9,39 | 10,86 | 25,99 | 28,87 | 31,53 | 34,81 | 37,16 |
| 19 | 6,84 | 7,63 | 8,91 | 10,12 | 11,65 | 27,20 | 30,14 | 32,85 | 36,19 | 38,58 |
| 20 | 7,43 | 8,26 | 9,59 | 10,85 | 12,44 | 28,41 | 31,41 | 34,17 | 37,57 | 40,00 |
| 21 | 8,03 | 8,90 | 10,28 | 11,59 | 13,24 | 29,62 | 32,67 | 35,48 | 38,93 | 41,40 |
| 22 | 8,64 | 9,54 | 10,98 | 12,34 | 14,04 | 30,81 | 33,92 | 36,78 | 40,29 | 42,80 |
| 23 | 9,26 | 10,20 | 11,69 | 13,09 | 14,85 | 32,01 | 35,17 | 38,08 | 41,64 | 44,18 |
| 24 | 9,89 | 10,86 | 12,40 | 13,85 | 15,66 | 33,20 | 36,42 | 39,36 | 42,98 | 45,56 |
| 25 | 10,52 | 11,52 | 13,12 | 14,61 | 16,47 | 34,38 | 37,65 | 40,65 | 44,31 | 46,93 |
| 26 | 11,16 | 12,20 | 13,84 | 15,38 | 17,29 | 35,56 | 38,89 | 41,92 | 45,64 | 48,29 |
| 27 | 11,81 | 12,88 | 14,57 | 16,15 | 18,11 | 36,74 | 40,11 | 43,19 | 46,96 | 49,65 |
| 28 | 12,46 | 13,56 | 15,31 | 16,93 | 18,94 | 37,92 | 41,34 | 44,46 | 48,28 | 50,99 |
| 29 | 13,12 | 14,26 | 16,05 | 17,71 | 19,77 | 39,09 | 42,56 | 45,72 | 49,59 | 52,34 |
| 30 | 13,79 | 14,95 | 16,79 | 18,49 | 20,60 | 40,26 | 43,77 | 46,98 | 50,89 | 53,67 |
| 35 | 17,19 | 18,51 | 20,57 | 22,47 | 24,80 | 46,06 | 49,80 | 53,20 | 57,34 | 60,27 |
| 40 | 20,71 | 22,16 | 24,43 | 26,51 | 29,05 | 51,81 | 55,76 | 59,34 | 63,69 | 66,77 |
| 45 | 24,31 | 25,90 | 28,37 | 30,61 | 33,35 | 57,51 | 61,66 | 65,41 | 69,96 | 73,17 |
| 50 | 27,99 | 29,71 | 32,36 | 34,76 | 37,69 | 63,17 | 67,50 | 71,42 | 76,15 | 79,49 |
| 60 | 35,53 | 37,48 | 40,48 | 43,19 | 46,46 | 74,40 | 79,08 | 83,30 | 88,38 | 91,95 |
| 70 | 43,28 | 45,44 | 48,76 | 51,74 | 55,33 | 85,53 | 90,53 | 95,02 | 100,43 | 104,21 |
| 80 | 51,17 | 53,54 | 57,15 | 60,39 | 64,28 | 96,58 | 101,88 | 106,63 | 112,33 | 116,32 |
| 90 | 59,20 | 61,75 | 65,65 | 69,13 | 73,29 | 107,57 | 113,15 | 118,14 | 124,12 | 128,30 |
| 100 | 67,33 | 70,06 | 74,22 | 77,93 | 82,36 | 118,50 | 124,34 | 129,56 | 135,81 | 140,17 |

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

$\Phi(u) = Prob(U \leq u)$




| u | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |