

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte **5** pages

EXERCICE 1	5 points
EXERCICE 2 : Partie A	8 points
EXERCICE 2 : Partie B.....	5 points
EXERCICE 2 : Partie C.....	2 points

SUJET

EXERCICE 1 (5 points)

Une population de Pins sylvestres est parasitée par des colonies de chenilles processionnaires. Afin d'éliminer ce parasite, on a introduit des prédateurs de cette chenille dans une pinède. L'évolution du nombre de pins atteints sur une période de 10 ans, de 2001 à 2010 est consignée dans le tableau ci-dessous où la variable statistique X désigne le rang de l'année et la variable statistique Y désigne le nombre de pins parasités.

Années	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	171	155	141	120	100	88	75	59	45	35

- Déterminer, à l'aide de votre calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y .
Commenter ce résultat.
 - Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Y en X .
Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} près.
- Les résidus e_i de la régression sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est l'estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression précédente.

a. Copier et compléter les deux dernières lignes du tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	171	155	141	120	100	88	75	59	45	35
$\hat{y}_i$	168,47			122,09						
e_i	2,53			- 2,09						

b. Rappeler la propriété de la moyenne des résidus puis la vérifier sur l'exemple précédent.

3. Déterminer, si la tendance se confirme, à partir de quelle année les parasites auront disparu de cette pinède.

EXERCICE 2

Les trois parties sont indépendantes

Depuis l'année 2 000, un pépiniériste importe de jeunes oliviers qu'il replante en pleine terre afin de les revendre quelques années plus tard.

Partie A (8 points)

Ces oliviers sont replantés dans les mêmes conditions et reprennent indépendamment les uns des autres. On note p la proportion inconnue de jeunes oliviers commercialisables 5 ans plus tard.

1. En 2 000, ce pépiniériste a replanté 120 jeunes oliviers et 90 ont été commercialisables 5 ans plus tard.
 - a. Donner une estimation ponctuelle de p .
 - b. On note F la variable aléatoire prenant pour valeur la proportion d'oliviers commercialisables 5 ans plus tard dans les échantillons aléatoires de taille 120.
Donner une approximation de la loi de probabilité de F .
 - c. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.
2. Dans cette question, on admet que $p=0,75$.
En 2010 ce pépiniériste a replanté 300 jeunes oliviers.
On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre d'oliviers qui seront commercialisables 5 ans plus tard.
 - a. Justifier que la variable aléatoire X est distribuée suivant une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Déterminer l'espérance mathématique et l'écart type de la variable aléatoire X .

c. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ?

d. En utilisant cette approximation, déterminer la probabilité des événements suivants :

A : « De 210 à 240 oliviers seront commercialisables 5 ans plus tard »

B : « Plus de 80 % des oliviers seront commercialisables 5 ans plus tard »

Partie B (5 points)

En 2006, ce pépiniériste a acheté un lot de 100 jeunes oliviers. 50 d'entre eux ont été replantés dans une terre de limon argilo-sableux et les 50 autres dans une terre de sable argileux.

Il souhaite savoir si la nature du terrain a une influence sur le potentiel de commercialisation de ses oliviers.

Les résultats obtenus en 2011 sont consignés dans le tableau ci-dessous :

	Commercialisable	Non Commercialisable
limon argilo-sableux	35	15
Sable argileux	40	10

Répondre à la problématique en effectuant un test du χ^2 . Le seuil de risque retenu est 0,05.

Partie C (2 points)

On admet que la hauteur, exprimée en centimètres, des oliviers commercialisables est distribuée selon la loi normale de moyenne $\mu=120$ et d'écart type $\sigma=7$.

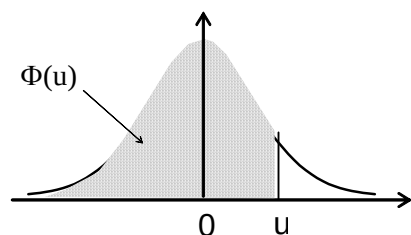
On désigne par $\bar{X}$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire simple de 25 oliviers commercialisables, associe la hauteur moyenne des arbustes de l'échantillon.

1. Rappeler la loi de $\bar{X}$ en précisant ses paramètres.

2. Déterminer $P(\bar{X} < 116,5)$.

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

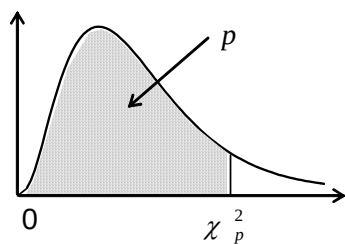
$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17