REMPLACEMENT 2015
Nouvelle Calédonie

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 4 pages

EXERCICE 1 : .....7 points

EXERCICE 2 : .....7 points

EXERCICE 3 : .....6 points

SUJET

EXERCICE 1 *(7 points)*

Lors d'une étude sur la diversité floristique des forêts tropicales, un groupe de chercheurs a relevé le nombre d'espèces présentes en fonction de la surface forestière.

L'objectif de cette étude est donc de pouvoir estimer le nombre d'espèces présentes en fonction de la surface d'une forêt.

La variable X désigne la surface de la forêt, exprimée en hectares.
La variable Y désigne le nombre d'espèces d'arbres de circonférence supérieure à 20 cm relevé dans la forêt.

Les résultats obtenus lors de l'étude sont donnés dans le tableau suivant :

Surface (en ha) x_i	0,5	0,7	1	1,25	1,5	2	3
Nombre d'espèces d'arbres y_i	25	40	55	57	68	74	81

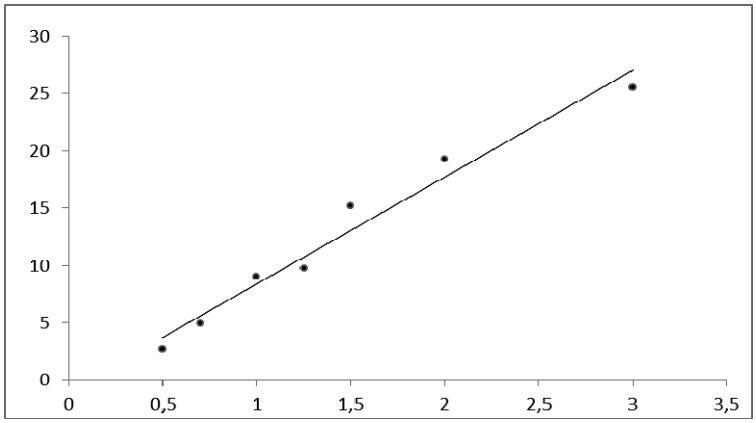
Pour tout l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Construire le nuage de points de la série (x_i, y_i) dans un plan muni d'un repère orthogonal.
2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y.
3. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Y en X.
4. On note $\hat{y}_i$ les estimations de y_i calculées à partir de l'ajustement précédent. Calculer les différents résidus e_i définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$.
5. A partir des résultats précédents, cet ajustement semble-t-il pertinent? Justifier.

6. On pose $Z = e^{\frac{Y}{25}}$

a. Dresser le tableau de la série double (x_i, z_i).

Le nuage de points de la série (x_i, z_i) et la droite d'ajustement de Z en X obtenue par la méthode des moindres carrés sont construits ci-dessous :



b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Z.

c. L'ajustement linéaire entre les variables X et Z est retenu. Expliquer ce choix.

d. Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de Z en X.

e. En déduire l'expression de Y en fonction de X.

f. En utilisant l'expression précédente, déterminer une estimation du nombre d'espèces différentes pour une forêt de 8 ha.

EXERCICE 2 *(7 points)*

Le gui européen est une plante parasite des arbres.
Pour étudier s'il existe une relation éventuelle entre la présence de gui et l'espèce des arbres, un relevé de 623 arbres a été réalisé sur 3 espèces de fruitiers.
Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Observations	Espèces d'arbres		
	Pommiers	Poiriers	Pruniers
Absence de gui	237	138	132
Présence modérée de gui	56	19	11
Présence importante de gui	17	6	7

1. Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que la présence de gui est liée à l'espèce de l'arbre ? On réalisera un test du χ^2.

2. Pour affiner cette étude, on regroupe les pommiers et les poiriers sous la dénomination « fruits à pépins » et les pruniers représentent la catégorie « fruits à noyau ».

a. Réaliser le nouveau tableau qui nous permette de faire cette étude.

b. Un nouveau test du χ^2 nous donne les valeurs suivantes :

$$k_0 = \sum_i \sum_j \frac{\left(n_{ij} - n\hat{p}_{ij}\right)^2}{n\hat{p}_{ij}} \approx 7{,}07 \text{ et } \quad \chi^2_{0,95} \approx 5{,}99$$

Que peut-on conclure ?

EXERCICE 3 *(6 points)*

Deux pisciculturesproduisent une race de poissons d'ornement qui ne prennent leur couleur définitive qu'à l'âge de trois mois :

• Pour les alevins du premier élevage, entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois, 10 % ne survivent pas, 75 % deviennent rouges et les 15 % restant deviennent gris.

• Pour les alevins du deuxième élevage, entre l'âge de deux mois et l'âge de trois mois, 5 % ne survivent pas, 65 % deviennent rouges et les 30 % restant deviennent gris.

Une animalerie achète les alevins à l'âge de deux mois : 60 % au premier éleveur, 40 % au second.

1. Effectuer un arbre de probabilité caractérisant la situation en indiquant les probabilités sur chaque branche.

2. Un enfant achète un poisson le lendemain de son arrivée à l'animalerie, c'est-à-dire à l'âge de deux mois.
   a. Montrer que la probabilité que le poisson soit toujours vivant un mois plus tard est de 0,92.
   b. Déterminer la probabilité qu'un mois plus tard le poisson soit rouge.

3. Une personne choisit au hasard et de façon indépendante 5 alevins de deux mois. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre d'alevins toujours vivant un mois plus tard parmi les 5 prélevés.
   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. Préciser ses paramètres en justifiant la réponse.
   b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-2}, qu'un mois plus tard, seulement trois alevins soient en vie.

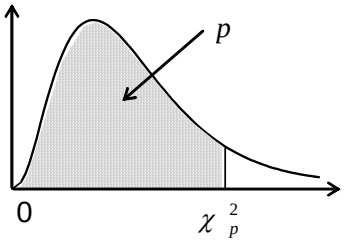
4. L'animalerie décide de garder les alevins jusqu'à l'âge de trois mois, afin qu'ils soient vendus avec leur couleur définitive. Elle gagne 1 euro si le poisson est rouge, 0,25 euro s'il est gris et perd 0,10 euro s'il ne survit pas. Soit Y la variable aléatoire égale au gain ou à la perte de l'animalerie par poisson acheté.
   a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Y.
   b. Calculer son espérance mathématique, arrondie au centième. Donner en une signification dans le contexte de l'exercice.

On rappelle que, si X est distribuée selon la loi $\mathscr{B}(n, p)$*,*

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}\text{, où } \binom{n}{k}=C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17

M. E X.

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

EXAMEN

NOM :
(EN MAJUSCULES)

Spécialité ou Option :

Prénoms :

ÉPREUVE :

Date de naissance : **19**

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire