REMPLACEMENT 2016
Métropole – Antilles – Guyane – Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Des extraits des tables des lois normales, du Chi2 et de Student sont fournis en annexe

---

Le sujet comporte 6 pages

EXERCICE 1 : ..... 5,5 points

EXERCICE 2 : ..... 8,5 points

EXERCICE 3 : ..... 6 points

SUJET

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} ***près.***

EXERCICE 1 *(5,5 points)*

Suite au passage de la tempête Klaus dans les forêts d'Aquitaine, on souhaite étudier la relation entre le taux de dégâts et la hauteur dominante des pins maritimes par de fortes vitesses de vent (140 à 160 km/h).

On note : X la variable prenant pour valeur la hauteur dominante exprimée en mètres,

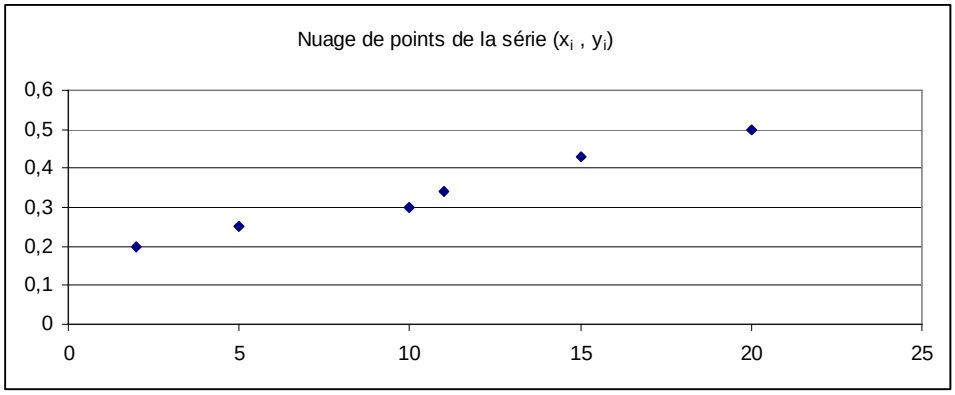
Y la variable prenant pour valeur le taux de dégâts.

Partie A

Voici les premiers résultats obtenus par le technicien en charge de l'étude :

Hauteur dominante x_i	2	5	10	11	15	20
Taux de dégâts y_i	0,2	0,25	0,3	0,34	0,43	0,5

Le nuage de points de la série (x_i , y_i) est représenté ci-dessous :



1. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
2. Estimer le taux de dégâts d'une forêt de pins maritimes de hauteur dominante de 30 mètres soumise à des vents violents.

Partie B

Le technicien a maintenant recueilli les résultats complets de l'étude :

Hauteur dominante x_i	2	5	10	11	15	20	25	28
Taux de dégâts y_i	0,2	0,25	0,3	0,34	0,43	0,5	0,65	0,79

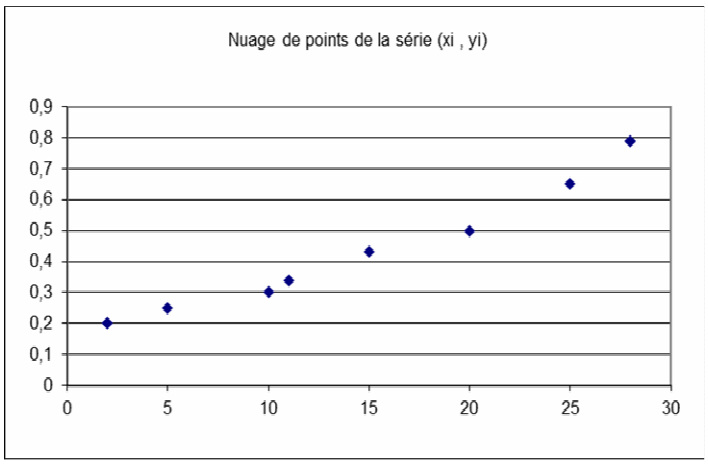
Afin de trouver un modèle d'ajustement pertinent de la série étudiée, on pose pour tout entier i variant de 1 à 8, $z_i = \ln y_i$.

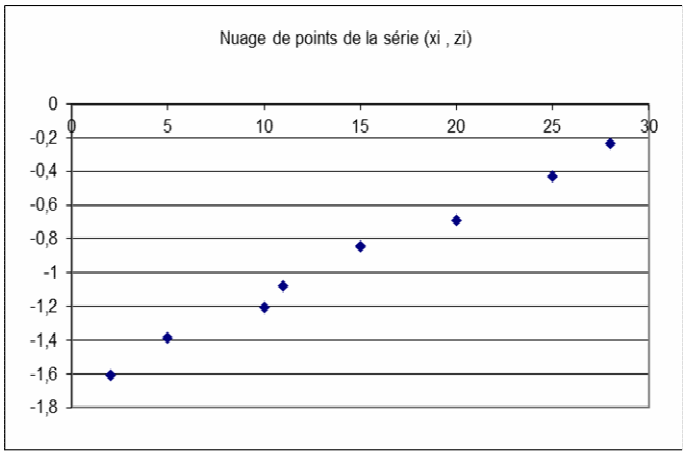
On définit alors deux modèles :

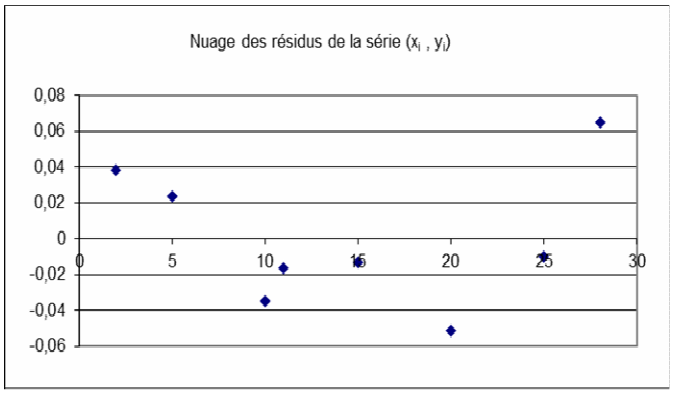
Le **modèle 1** obtenu par un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables Y et X et le **modèle 2** obtenu par un ajustement affine par la méthode des moindres carrés entre les variables Z et X .

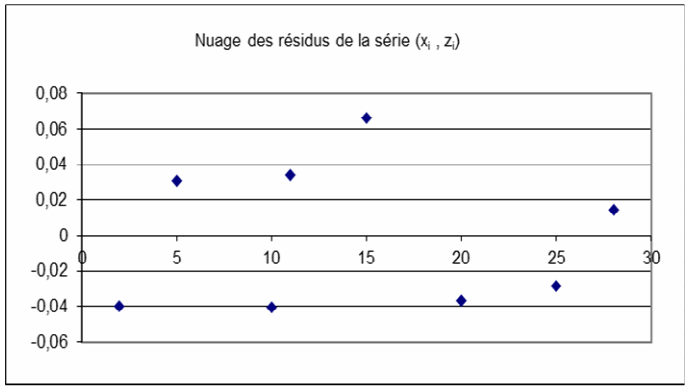
Une équation de la droite de régression de Y en X est $y = 0{,}022x + 0{,}118$ et une équation de la droite de régression de Z en X est $z = 0{,}051x - 1{,}671$.

Ci-après figurent les nuages de points et des résidus des séries (x_i, y_i) et (x_i, z_i) :









1. Choisir un modèle et donner des arguments en faveur de votre choix.

2. Estimer, à l'aide de l'ajustement choisi, le taux de dégâts d'une forêt de pins maritimes de hauteur dominante de 30 mètres soumise à des vents violents.
Analyser la différence obtenue avec l'estimation de la **partie A**.

EXERCICE 2 *(8,5 points)*

Au sol, les aiguilles de pins empêchent la pousse des mauvaises herbes, protègent du gel, de la chaleur et créent un effet de serre favorable à la croissance des plantes.
Une usine conditionne des sacs d'aiguilles de pins de 70 Litres à destination des particuliers. On appelle production l'ensemble des sacs d'aiguilles ainsi obtenus.
Un sac de cette production est considéré comme conforme aux normes du fabriquant si sa masse est comprise entre 6,7 kg et 7,3 kg , sinon il est considéré comme non conforme.

La proportion de sacs non conformes de la production est notée p .

Soit X la variable aléatoire qui, à un sac de la production choisi au hasard, associe sa masse exprimée en kilogramme.
On suppose que la loi de probabilité de X est une loi normale de moyenne notée μ et d'écart-type noté σ .

Partie A

Un technicien de l'usine prélève au hasard un échantillon de 16 sacs de la production.
On admet que cet échantillon est prélevé selon la méthode d'échantillonnage aléatoire simple avec remise.
Les sacs sont pesés et les résultats, exprimés en kilogramme, sont donnés ci-dessous :

7,14	7,09	7,22	7,02	7,08	7,07	6,98	6,93
6,85	6,57	6,91	6,96	7,07	7,16	6,68	7,01

$\overline{X}$ est la variable aléatoire qui, à chaque échantillon simple de 16 sacs, associe la moyenne des masses de l'échantillon exprimée en kilogramme.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable $\overline{X}$.

2. Déterminer une estimation ponctuelle de σ^2 et p .

3. Déterminer un intervalle de confiance de μ au niveau 0,95.

Partie B

Dans la suite de l'exercice, on considère que μ = 7 *kg*.

Un technicien de l'usine prélève au hasard un sac de la production.

1. Le technicien peut régler l'écart type des masses de la production sur la machine.
Or, plus cet écart type est faible, plus la production est homogène mais le temps de remplissage des sacs est alors plus important. Par souci de compétitivité, le directeur souhaite qu'au moins 99,6 % des sacs de la production aient une masse inférieure à $7{,}4\ kg$.

Déterminer la valeur maximale σ_{Max} à laquelle le technicien peut régler l'écart type des masses de la production de la machine.

Dans la suite de l'exercice, on considère que μ = 7 *kg* et σ = 0,15 *kg*.

2. Déterminer $P(X \leq 6{,}77)$ et interpréter ce résultat.

3. Déterminer la probabilité que le sac prélevé soit non conforme.

EXERCICE 3 *(6 points)*

Afin de comparer l'influence de deux paillages sur la culture des fraisiers, l'association « Terre d'Horizon » paille 90 placettes d'une surface de 1 m^2 avec des aiguilles de pins et protège 110 autres placettes de même dimension avec de la bâche plastique.

Sur ces placettes sont plantées des fraisiers « Mara des bois » qui ont reçu la même quantité de compost.

Les mesures ont porté sur la masse des fraises récoltées sur chaque placette. Selon les cas, les quantités sont qualifiées de très satisfaisante, satisfaisante ou faible.

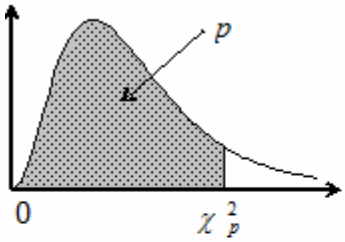
On a dénombré 26 placettes très satisfaisantes sous bâche plastique et 27 placettes très satisfaisantes paillées avec des aiguilles de pins.

98 placettes sont considérées comme satisfaisantes pour l'ensemble de l'expérimentation et 37 placettes sous bâche plastique sont jugées comme faibles.

Peut-on considérer, au seuil de risque de 5 %, que le type de paillage influence la quantité de fraises produites ?

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

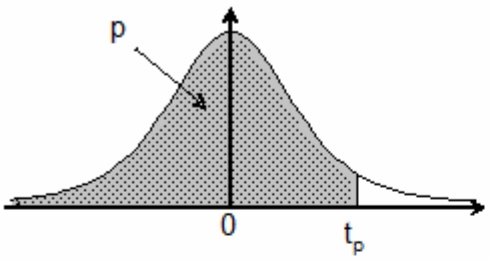
Valeurs χ^2_p telles que Prob $(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95

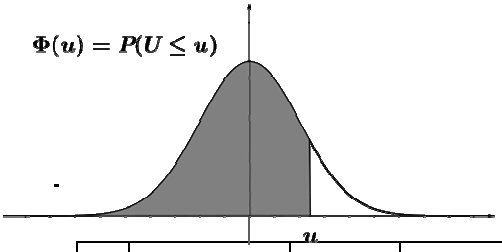
Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

Valeurs t_p telles que Prob$(T \leq t_p) = p$



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990