SESSION 2018
Métropole - Réunion

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte **6** pages

EXERCICE 1…… **7 points**
EXERCICE 2…… **4 points**
EXERCICE 3…… **4 points**
EXERCICE 4…… **5 points**

SUJET

Lorsqu'une espèce animale se trouve dans un milieu favorable sans prédateur, elle se multiplie et peut avoir un impact important sur son environnement. C'est le cas des rats.

EXERCICE 1 *(7 points)*

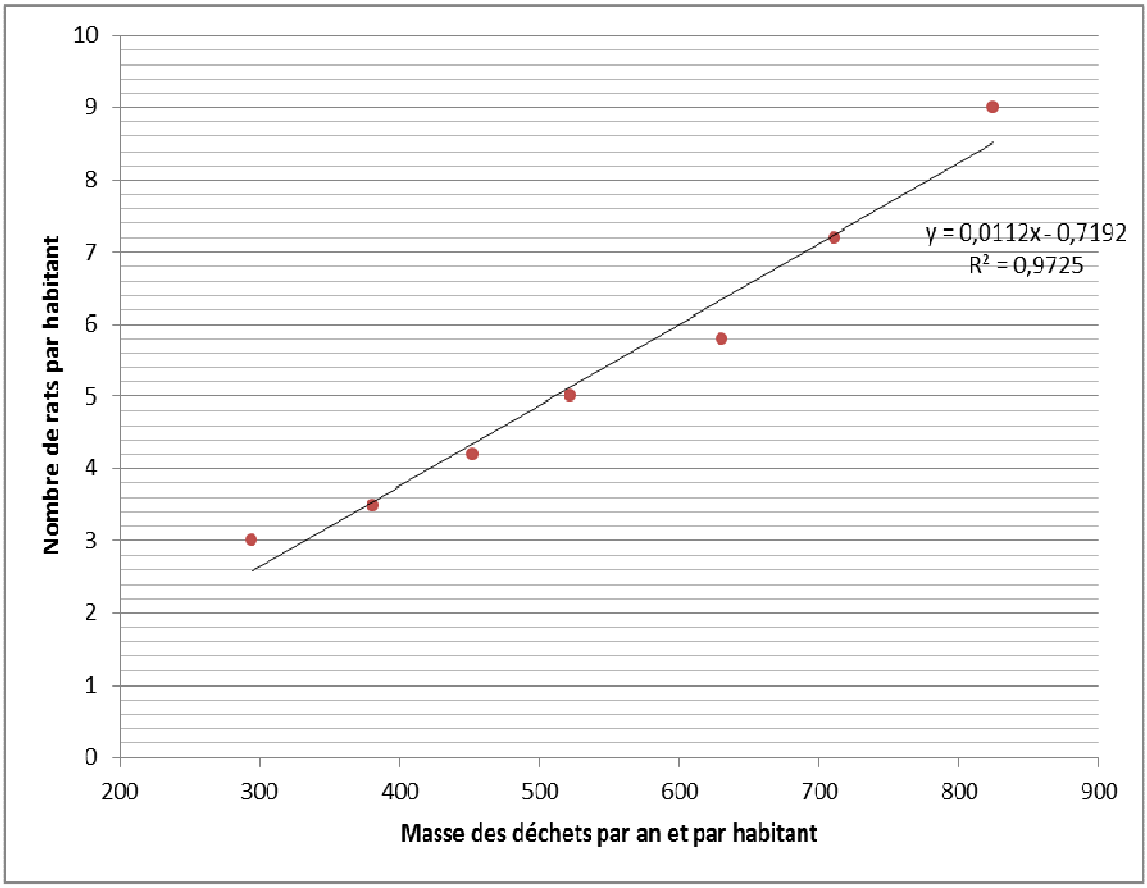
La présence des rats est souvent associée à la présence des déchets. On note :

- X la variable égale à la masse, exprimée en kg, de déchets ménagers produits par an et par habitant.
- Y la variable égale au nombre de rats par habitant.

Le tableau ci-dessous présente les relevés d'une étude récente :

Masse x_i des déchets ménagers par an et par habitant (en kg)	294	381	452	522	630	711	824
Nombre y_i de rats par habitant	3	3,5	4,2	5	5,8	7,2	9

Les données sont représentées ci-dessous avec la droite d'ajustement associée.



1. À l'aide de l'ensemble des informations disponibles sur le graphique, le nuage de points suggère-t-il qu'un ajustement affine est pertinent ? Justifier la réponse.

Dans la suite de l'exercice, les valeurs numériques seront arrondies à 10^{-4} près.

2. On souhaite faire un ajustement exponentiel.

Pour cela, on effectue un changement de variable et on pose $Z = \ln Y$.

a. Indiquer **sur votre copie** les valeurs manquantes :

x_i	294	381	452	522	630	711	824
$z_i = \ln y_i$	1,0986	1,2528			1,7579	1,9741	2,1972

b. Déterminer l'équation de la droite d'ajustement de Z en X .

c. Indiquer le coefficient de détermination de cet ajustement et ce qu'il représente.

d. Expliquer pourquoi on peut alors écrire que $y = 1{,}6245\,\mathrm{e}^{0{,}0021x}$.

3. En choisissant, après l'avoir justifié, le meilleur ajustement, estimer le nombre de rats dans la ville de New York dont les 8 millions d'habitants produisent chacun 420 kg de déchets ménagers par an.

EXERCICE 2 ***(4 points)***

Dans cet exercice, les valeurs numériques seront arrondies à 10^{-3} près.

Suite à une catastrophe climatique, de nombreux détritus se sont accumulés près d'un port sans pouvoir être évacués. Des rats, attirés par ces sources de nourriture, ont proliféré. Les responsables du port décident de dératiser car le nombre de rats, estimé à 40 000, est dangereux pour la santé publique.
Au bout de trois mois d'application du plan de dératisation, on souhaite vérifier que l'effectif total des rats a baissé. Pour cela, on prélève 300 rats que l'on marque d'un signe distinctif et on les relâche. On attend quelques jours, délai à partir duquel on suppose que les rats marqués et non marqués sont mélangés.
On capture un échantillon de 300 rats. Dans cet échantillon, on trouve 25 rats marqués.
On suppose que les rats restent près du port et que la technique de capture donne un échantillon aléatoire simple.

1. Donner une estimation ponctuelle de la proportion de rats marqués dans la population du port.
2. En déduire que l'estimation ponctuelle de l'effectif total des rats dans le port est 3 600.
3. Donner une estimation par intervalle de confiance de la proportion de rats marqués dans la population du port, au niveau de confiance de 95 %.
4. On en déduit un intervalle de confiance de l'effectif total des rats dans le port : [2608 ; 5770]. Peut-on affirmer que le plan de dératisation est efficace ?

EXERCICE 3 ***(4 points)***

Les rats sont parfois vecteurs de maladies qui ne les affectent pas, mais qui sont dangereuses pour l'homme. C'est le cas de la peste bubonique dont le vecteur est une puce qui parasite le rat. Un chercheur se demande si ces puces rendent plus agressifs les rats.
Pour cela, il met en place une étude sur les facteurs « agressivité » et « puces ».
Il obtient les résultats suivants :

	Agressifs	Non agressifs
Avec puces	34	30
Sans puces	25	16

Dans cet exercice, les valeurs numériques seront arrondies à 10^{-2} près.
Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que l'agressivité dépend de la présence des puces ?

EXERCICE 4 ***(5 points)***

La femelle du rat est appelée rate. Un chercheur souhaite modéliser l'évolution d'une population de rats sans facteur limitant (pas de prédateur et des ressources illimitées). Il recueille dans sa documentation les données suivantes :

- La durée de gestation d'une rate est de 22 jours en moyenne avec un écart type d'un jour.
- L'âge de la maturité sexuelle d'une rate est de 38 jours en moyenne avec un écart type de 3 jours.
- Ces deux variables aléatoires, durée de gestation et âge de la maturité sexuelle, sont normales et indépendantes.

La différence d'âge entre une rate et sa génitrice est la somme de l'âge de la maturité sexuelle et de la durée de gestation. On note X cette variable aléatoire.

1. Justifier que X est distribuée suivant une loi normale de moyenne 60.

On admet dans la suite de cet exercice que l'écart type de X est de 3,16.

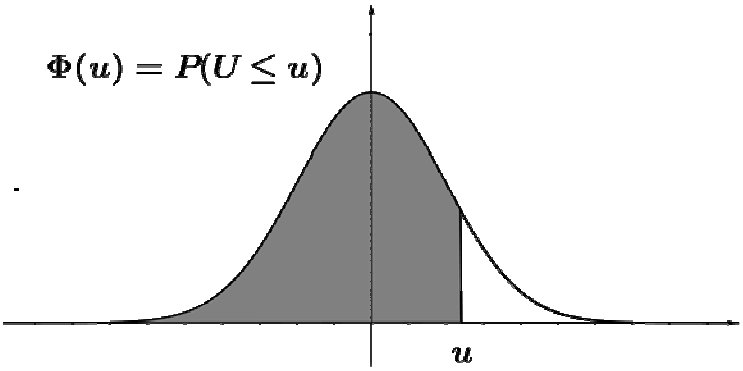
Dans la suite de l'exercice, les valeurs numériques seront arrondies à 10^{-2} près.

2. Calculer $P(X > 62)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Peut-on dire que moins de 1 % des différences d'âge entre une rate et sa génitrice sont inférieures à 53 jours ? Justifier.

4. Le chercheur souhaite limiter les différences d'âge par deux valeurs extrêmes. Déterminer un intervalle, centré en 60, contenant 95 % des différences d'âge entre une rate et sa génitrice. Les valeurs seront données au dixième.

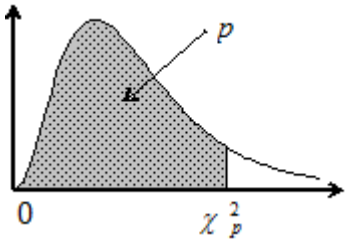
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

Valeurs de χ^2_p telles que $Prob(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77