SESSION 2021
Antilles - Guyane - Polynésie

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE

TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages

SUJET

On arrondira, si nécessaire, à 10^{-3} près.

EXERCICE 1 (7 points)

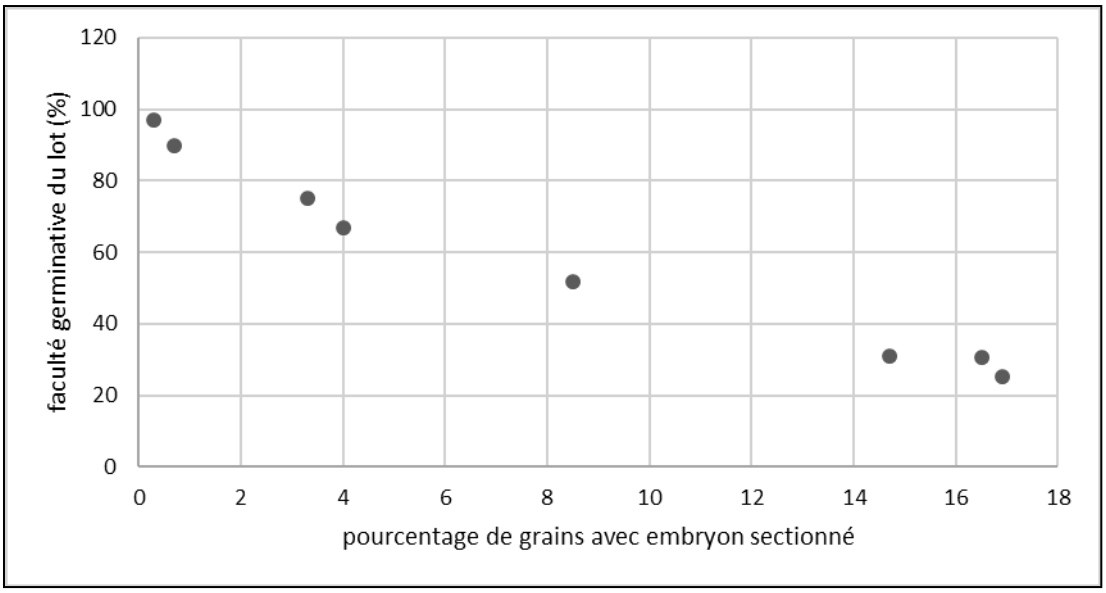
Lorsqu'un lot de semences de blé dur a subi d'importants chocs mécaniques, sa faculté germinative peut être grandement affectée. À partir d'une étude réalisée sur des lots sains, on cherche à expliquer la perte de la faculté germinative en fonction du pourcentage de grains à embryon sectionné.

On note X le pourcentage de grains à embryon sectionné et Y la faculté germinative du lot exprimée en pourcentage.

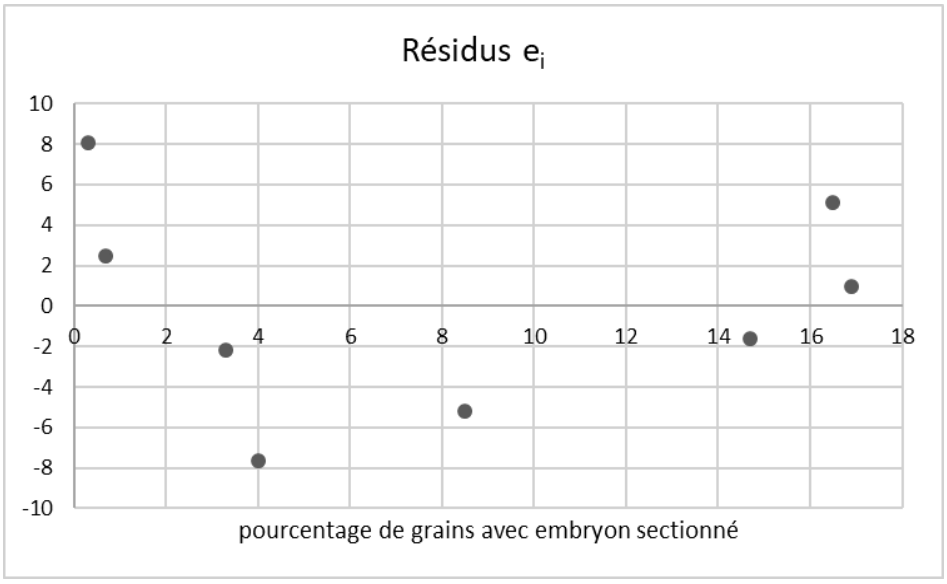
Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i : pourcentage de grains avec embryon sectionné	0,3	0,7	3,3	4	8,5	14,7	16,5	16,9
y_i : faculté germinative du lot (%)	97	89,8	75	66,8	51,7	31,1	30,8	25,1

Le nuage de points représentatif de la série double est donné dans le graphique ci-après :



1. L'équation réduite de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindre carrés est : $y = -3{,}904x + 90{,}083$. Donner le coefficient de détermination de cette régression.
2. On donne le graphique des résidus e_i de la régression définis par : $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de y_i obtenue à l'aide de la droite de régression précédente.

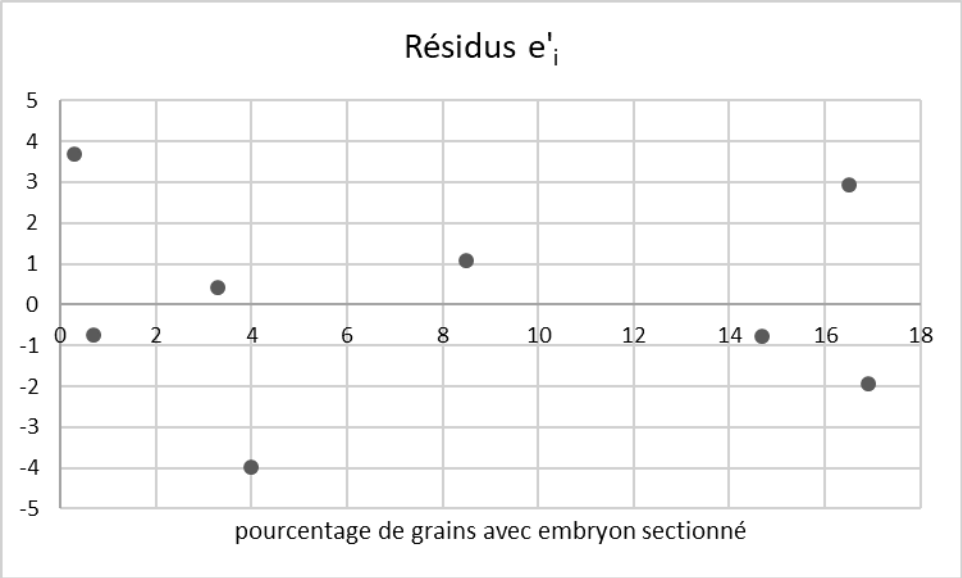


Déterminer e_4 à 10^{-3} près.

3. On pose $Z = \ln Y$.
   - **a.** Donner le coefficient de détermination entre les variables X et Z.
   - **b.** Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X.

On note $\hat{z}_i$ les estimations de z_i calculées à partir de l'ajustement de Z en X.

On donne le graphique des résidus $e'_i = y_i - e^{\hat{z}_i}$:



c. En vous appuyant sur ces indicateurs, expliquer lequel des deux modèles est le plus pertinent.

d. À l'aide du modèle choisi, estimer la faculté germinative d'un lot contenant 20 % de grains avec embryon sectionné.

EXERCICE 2 (7 points)

Dans une coopérative agricole, on trie les tomates en fonction de leur masse.

On note X la variable aléatoire qui à chaque tomate prise au hasard dans la production, associe sa masse exprimée en grammes.

On admet que X est distribuée selon la loi normale de moyenne 120 et d'écart type 15.

Partie A

1. Les tomates pesant moins de 100 grammes sont destinées à l'industrie agroalimentaire. Déterminer le pourcentage de tomates de cette catégorie.

2. Une tomate est commercialisable en premier choix lorsque sa masse est comprise entre 100 et 140 grammes. Déterminer le pourcentage de tomates commercialisées dans cette catégorie.

3. Lors du tri des tomates, on utilise une machine qui, lorsqu'elle est réglée sur la valeur x, écarte les tomates de masse inférieure à x. Déterminer la valeur de x, arrondie à l'entier, pour que 12 % des tomates soient écartées.

Partie B

On désigne par $\overline{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire simple de 200 tomates, associe sa masse moyenne.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $\overline{X}$ et préciser ses paramètres.
2. Déterminer un intervalle centré sur 120 tel que la probabilité que $\overline{X}$ appartienne à cet intervalle soit 0,95.

Partie C

L'ensemble des tomates de masse comprise entre 100 et 140 grammes subit un contrôle visuel afin d'éliminer celles qui ont un défaut. Sur un échantillon aléatoire simple de 400 tomates, on constate que 52 sont éliminées.

1. Donner une estimation ponctuelle de la proportion p de tomates éliminées sur l'ensemble des tomates de cette catégorie.
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance de 0,99.

EXERCICE 3 (6 points)

Un maraîcher renouvelle son matériel à neuf en achetant quatre machines : deux calibreuses pour tomates rondes (CTR) et deux calibreuses pour tomates longues (CTL).
On admet que, lors des deux premières années :

- Chaque calibreuse CTR a une probabilité de 0,2 de tomber en panne.
- Chaque calibreuse CTL a une probabilité de 0,1 de tomber en panne.
- L'état de fonctionnement de chaque machine est indépendant de celui des trois autres.

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de calibreuses CTR qui tomberont en panne pendant les deux premières années.
On note Y la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre de calibreuses CTL qui tomberont en panne pendant les deux premières années.

1. Justifier que la variable aléatoire X est distribuée selon une loi binomiale, dont on précisera les paramètres.
2. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire Y.

3. **a.** Justifier que les variables aléatoires X et Y sont indépendantes.

b. On donne le tableau de la loi conjointe du couple de variables aléatoires (X, Y).

Y / X	0	1	2	TOTAL
0	0,5184	0,1152	0,0064	0,64
1	0,2592	0,0576	0,0032	0,32
2	0,0324	0,0072	0,0004	0,04
TOTAL	0,81	0,18	0,01	1

Justifier que $P(\{X = 2\} \cap \{Y = 0\}) = 0,0324$

4. On note Z la variable aléatoire définie par $Z = X + Y$.

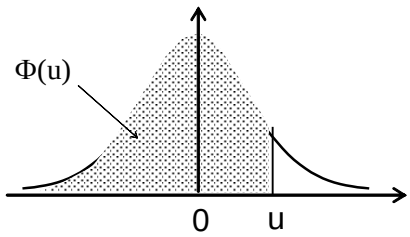
a. Que représente concrètement la variable aléatoire Z ?

b. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire Z et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.

ANNEXE

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

$\Phi(u) = Prob(U \leq u)$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990