**REMPLACEMENT 2021**
Antilles - Guyane - Polynésie

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE**
**TRAITEMENT DE DONNÉES**

**Toutes options**

*Durée : 180 minutes*

---

Matériel autorisé : **Calculatrice**

---

Le sujet comporte 6 pages

**Les tables de la loi normale et du Khi-2 sont fournies en fin de sujet**

***L'annexe A est à rendre avec la copie après avoir été numérotée***

---

**SUJET**

## EXERCICE 1 (6 points)

Une souche d'acétobacter (bactérie acide) est cultivée dans un milieu liquide approprié.

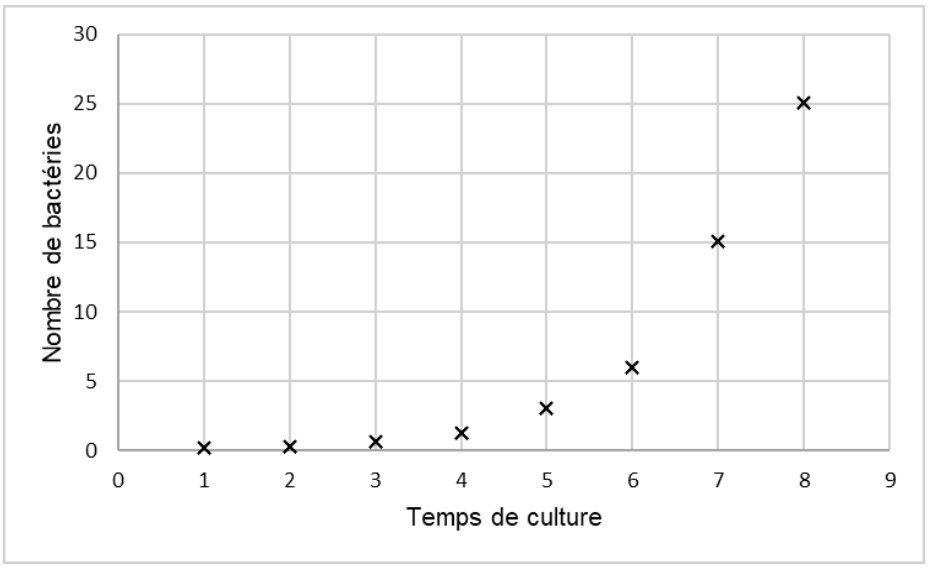
On étudie la croissance bactérienne de cette souche.

On note $T$ la variable statistique qui désigne le temps de culture en heures et $N$ la variable statistique qui désigne le nombre de bactéries, exprimé en millions par unité de volume.

Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus :

| Temps de culture $t_i$ (en heures) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de bactéries $n_i$ (en millions par unité de volume) | 0,138 | 0,251 | 0,625 | 1,25 | 3,02 | 6,02 | 15,1 | 25,1 |

Le graphique ci-dessous représente le nuage de points de la série $(t_i\ ,\ n_i)$.



1. La forme du nuage de points permet-elle d'envisager un ajustement affine ? Justifier.
2. On pose $z_i = \ln n_i$
   a. Compléter le tableau 1 en **annexe A** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée).
   b. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables $T$ et $Z$.
   c. Déterminer une équation de la droite de régression de $Z$ en $T$ par la méthode des moindres carrés.
   d. Les résidus $e_i$ de la régression sont définis par $e_i = z_i - \hat{z}_i$ où $\hat{z}_i$ est une estimation de $z_i$ obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression.
      - Compléter le tableau 2 des résidus en **annexe A** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée).
      - Interpréter les résultats du tableau.
   e. En considérant que le modèle reste valable au cours du temps, estimer au million près le nombre de bactéries par unité de volume présentes au bout de 12 heures.

**EXERCICE 2 (6 points)**

***Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à $10^{-3}$ près.***

Un laboratoire souhaite faire un suivi régulier de cette souche d'acétobacter. En particulier, il doit s'assurer de la qualité du matériel utilisé. Pour cela, il missionne une entreprise qui fabrique en grande quantité des boîtes de Pétri. Un technicien est chargé d'analyser la qualité de la production.

## PARTIE A

Le fabricant souhaite connaître la proportion de boîtes de Pétri défectueuses dans la production. Il choisit comme protocole de prélever au hasard, parmi un très grand nombre, un échantillon de 200 boîtes dans la production. Il dénombre 11 boîtes défectueuses dans l'échantillon.

1. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la proportion de boîtes de Pétri défectueuses dans un échantillon de 200 boîtes au niveau de confiance 0,99.
2. Que doit-il modifier dans son protocole afin de réduire l'amplitude de cet intervalle ?

## PARTIE B

Le fabricant affirme que 6 % des boîtes de Pétri présentent un défaut.

Le technicien prélève au hasard un échantillon de 400 boîtes de Pétri dans la production. Celle-ci est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On désigne par $X$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille 400, associe le nombre de boîtes de Pétri présentant un défaut.

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $X$. Justifier.
2. Déterminer l'espérance de la variable $X$. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. Un réglage doit être effectué lorsque plus de 30 boîtes de Pétri présentent un défaut dans un lot de 400. Calculer la probabilité qu'un réglage soit nécessaire.

## PARTIE C

Le service qualité souhaite contrôler la conformité de ces boîtes de Pétri en vérifiant leur diamètre.
On désigne par $Y$ la variable aléatoire qui, à une boîte de Pétri prélevée au hasard dans la production, associe son diamètre en millimètres. Le technicien qualité de l'entreprise estime que la variable $Y$ est une variable normale de paramètres $\mu = 90$ et $\sigma = 1$.

1. Déterminer la probabilité qu'une boîte de Pétri ait un diamètre compris entre 89 mm et 91 mm.
2. Une boîte de Pétri dont le diamètre est inférieur à 88 mm ou supérieur à 92 mm n'est pas conforme et est détruite. Quelle est la probabilité qu'une boîte de Pétri soit détruite ?

**EXERCICE 3 (4 points)**

Un contrôle qualité est également réalisé sur les tubes à essai utilisés par le laboratoire.
Au cours de ce contrôle, un tube à essai doit subir deux séries de tests pour son homologation :

**Série 1** : tests de résistance : chaleur, chocs et corrosion ;

**Série 2** : tests de conformité : épaisseur du verre, visuel (rayure ou autre défaut).

On définit ainsi deux variables aléatoires : $X$ le nombre de tests réussis lors de la série 1 par un tube à essai pris au hasard dans la production et $Y$ le nombre de tests réussis lors de la série 2 par le même tube.
On considère qu'un tube est homologué s'il réussit au moins quatre tests sur l'ensemble des deux séries.
La loi conjointe du couple $(X, Y)$ est consignée dans le tableau suivant :

| $Y$ \ $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,01 | 0,03 | 0,06 | 0,07 |
| 1 | 0,02 | 0,04 | 0,09 | 0,13 |
| 2 | 0,05 | 0,07 | 0,16 | 0,27 |

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est VRAIE ou FAUSSE en justifiant votre réponse.

**Affirmation 1** : La probabilité qu'un tube à essai ne réussisse aucun test est égale à 0,27.

**Affirmation 2** : Les variables $X$ et $Y$ ne sont pas indépendantes.

**Affirmation 3** : La probabilité qu'un tube à essai soit homologué est égale à 0,29.

**Affirmation 4** : En moyenne, un tube réussit entre 3 et 4 tests sur l'ensemble des deux séries.

**EXERCICE 4 (4 points)**

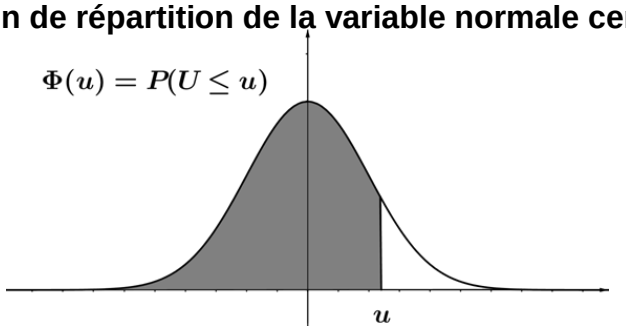
L'entreprise met à disposition d'un laboratoire partenaire, des tubes à essai ayant des fonds différents : rond, plat ou conique.

Elle effectue une enquête sur les différentes manipulations effectuées dans ce laboratoire :

| Manipulations / Choix du fond | Chauffer | Centrifuger | Transvaser |
|---|---|---|---|
| Fond rond | 32 | 17 | 5 |
| Fond plat | 13 | 16 | 13 |
| Fond conique | 23 | 27 | 4 |

Au seuil de risque 0,05, le choix du fond du tube à essai dépend-il des manipulations à effectuer ?

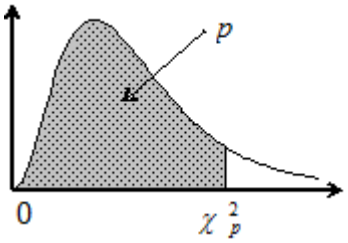
## Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite




| u | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |

## Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

**Valeurs de $\chi^2_p$ telles que $Prob(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$**




| k \ p | 0,005 | 0,010 | 0,025 | 0,050 | 0,100 | 0,900 | 0,950 | 0,975 | 0,990 | 0,995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 0,02 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 |
| **2** | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 10,60 |
| **3** | 0,07 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 12,84 |
| **4** | 0,21 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 14,86 |
| **5** | 0,41 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 16,75 |
| **6** | 0,68 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 | 18,55 |
| **7** | 0,99 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 | 20,28 |
| **8** | 1,34 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 | 21,95 |
| **9** | 1,73 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 | 23,59 |

MINISTERE DE L'AGRICULTURE

**NOM :**

(EN MAJUSCULES)

**Prénoms :**

**Date de naissance :**

**EXAMEN :**

Spécialité ou Option :

**EPREUVE :**

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

**<u>ANNEXE A</u>** ***(à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)***

## Exercice 1

**Les valeurs des tableaux seront arrondies à $10^{-3}$ près.**

### Question 2a : Tableau 1

| $t_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 0,138 | 0,251 | 0,625 | 1,25 | 3,02 | 6,02 | 15,1 | 25,1 |
| $z_i$ | | | | | | 1,795 | | |

### Question 2d : Tableau 2 des résidus

| $t_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $e_i$ | 0,056 | -0,114 | 0,029 | -0,047 | 0,066 | -0,013 | | |