

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES**

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 7 pages

Des extraits des tables de la loi normale et de la loi de Student sont fournis en fin de sujet.

SUJET

La culture des légumineuses, notamment du pois de printemps est souvent mise en avant pour ses nombreux intérêts agronomiques. La culture du pois présente plusieurs avantages avant la culture de blé et de colza, elle permet de diversifier les rotations de cultures, d'aider à la gestion des adventices (communément appelées mauvaises herbes) et de limiter le recours aux engrais azotés. Malgré tous ces atouts, les contreperformances de la culture découragent parfois certains producteurs.

EXERCICE 1 (7 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4} près.

L'indice foliaire est un indicateur pertinent du potentiel de croissance d'une culture. Il dépend du taux de couverture du sol obtenu à partir de photographies verticales analysées par un logiciel. Il permet d'estimer la biomasse en cours de culture tout en minimisant le temps et les moyens nécessaires au recueil des données.

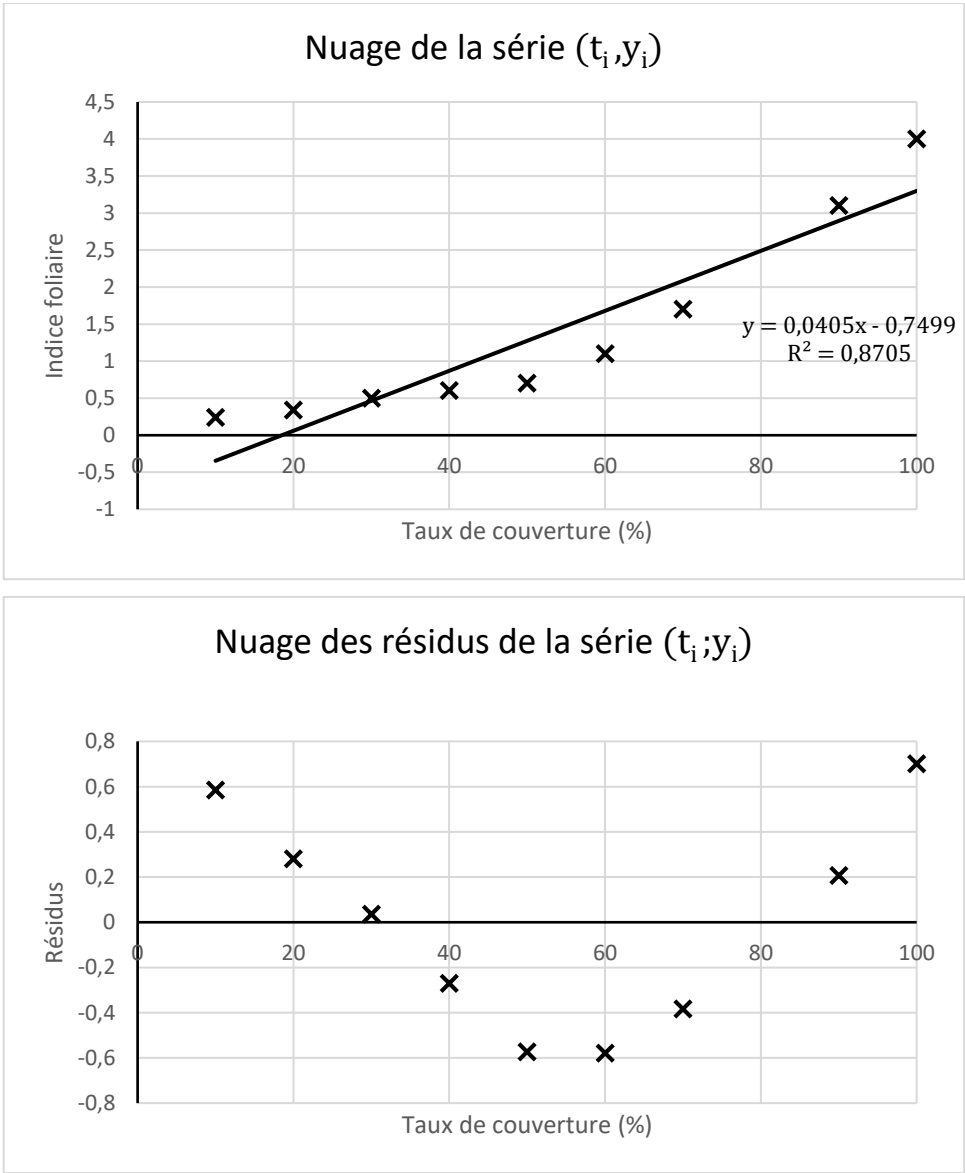
On cherche donc une relation entre le taux de couverture du sol en pourcentage et l'indice foliaire. La variable statistique T désigne le taux de couverture du sol en pourcentage et la variable statistique Y désigne l'indice foliaire.

Les résultats présentés dans le tableau ci-dessous ont été obtenus lors d’une expérimentation sur des pois de printemps :

Taux de couverture t_i en pourcentage	10	20	30	40	50	60	70	90	100
Indice foliaire y_i	0,24	0,34	0,50	0,60	0,70	1,10	1,70	3,10	4

Un ajustement affine est réalisé.

Le nuage de points de la série (t_i, y_i) ainsi que la droite de régression et le nuage des résidus sont représentés dans les repères ci-dessous :



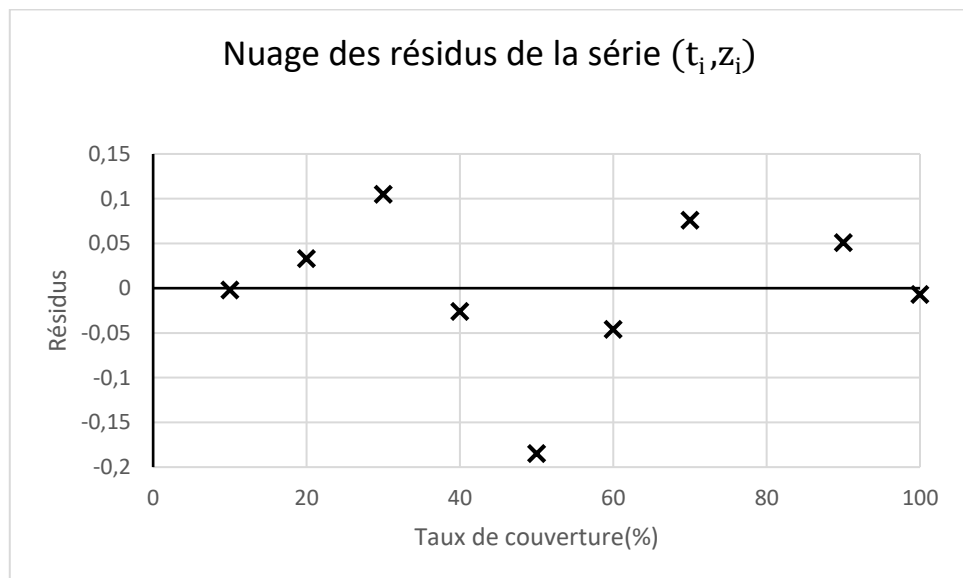
1. Donner des arguments, à partir des informations fournies, qui permettent de considérer que l’ajustement affine de la série (t_i, y_i) n’est pas le plus adapté.

2. On propose d'étudier un nouvel ajustement à l'aide d'un changement de variable.

Pour i variant de 1 à 9, on pose $z_i = \ln(y_i)$.

- Donner le coefficient de détermination de la série (t_i, z_i) .
- Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de Z en T .
- Les résidus e_i de la régression sont définis par $e_i = z_i - \hat{z}_i$ où $\hat{z}_i$ est une estimation de z_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression de Z en T .

Ci-dessous est représenté le nuage des résidus de la série (t_i, z_i) .



Retrouver, par le calcul, la valeur du premier résidu.

- Ce nouvel ajustement vous semble-t-il plus pertinent que le précédent ? Justifier la réponse.
- Justifier que $Y = \alpha e^{\beta T}$ avec $\alpha \approx 0,1759$ et $\beta \approx 0,0313$.
- En déduire, à l'aide de ce modèle, une estimation de l'indice foliaire dans le cas où 80 % du sol serait recouvert.

Dans les exercices suivants, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

EXERCICE 2 (4 points)

Le rendement du pois de printemps dépend pour partie du nombre de grains par gousse.

Pour une certaine variété de pois de printemps, on estime que 45 % des gousses ont plus de 3 grains. À tout échantillon aléatoire simple de 40 gousses prélevées dans une production de pois de printemps, on associe le nombre de gousses ayant plus de 3 grains. La variable aléatoire X désigne le nombre de gousses ayant plus de 3 grains dans un échantillon de 40 gousses.

Partie A

1. Justifier que la variable aléatoire X est distribuée selon une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que, dans un lot de 40 gousses, il y ait exactement 14 gousses ayant plus de 3 grains.

Partie B

On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire X peut être approchée par la loi normale de paramètres $\mu = 18$ et $\sigma = \sqrt{9,9}$.

1. Justifier cette approximation.
2. Déterminer par la méthode de votre choix la probabilité des événements suivants :
A : « Le nombre de gousses ayant plus de 3 grains est inférieur ou égal à 20 ».
B : « Le nombre de gousses ayant plus de 3 grains est strictement compris entre 17 et 22 ».

EXERCICE 3 (3 points)

Le rendement du pois de printemps dépend aussi du nombre de gousses par pied.

Avant la récolte, on souhaite estimer le rendement d'une parcelle. Aussi, on prélève un échantillon de 65 pieds de pois de printemps.

On admet que cet échantillon est prélevé selon la méthode d'échantillonnage aléatoire simple avec remise.

Parmi ces 65 pieds, 22 ont moins de 9 gousses.

1. Déterminer une estimation ponctuelle de la proportion de pieds ayant moins de 9 gousses.
2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la proportion de pieds ayant moins de 9 gousses au niveau de confiance 0,95.

3. D'après les normes régionales pour cette variété de pois de printemps, on a les données suivantes :

- 20 % des pieds ont moins de 9 gousses,
- 70 % des pieds ont de 9 à 14 gousses,
- 10 % des pieds ont plus de 14 gousses.

Que peut-on en conclure pour la récolte ?

EXERCICE 4 (6 points)

Partie A

Sur ces dernières années, on admet que le rendement, en quintaux par hectare (q/ha), d'une variété de pois de printemps dans le Sud-Ouest, noté X , est distribué suivant la loi normale d'espérance 45 et d'écart type 8,5.

1. Calculer $p(28 < X < 62)$.
2. Dans le Sud-Ouest, le seuil de rentabilité de cette variété est de 37 q/ha.
Calculer la probabilité que le seuil de rentabilité soit atteint dans le Sud-Ouest.
3. Les 5 % des rendements les plus élevés sont considérés comme des rendements exceptionnels.
Déterminer à partir de quel rendement, on pourra parler de rendement exceptionnel.

Partie B

La dernière année ayant été très sèche, une coopérative souhaite évaluer les conséquences au niveau du rendement de pois de printemps.

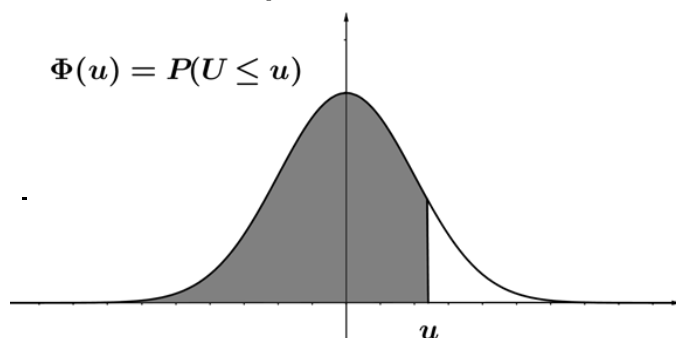
Pour cela, il a été effectué un relevé des rendements en q/ha de 12 producteurs lors de la dernière récolte. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

38	36	42	47	39	40
41	43	46	44	40	42

On suppose que le rendement de pois de printemps est distribué suivant une loi normale.

1. Déterminer une estimation par intervalle de confiance du rendement moyen de cette nouvelle récolte au niveau de confiance 0,95.
2. Le rendement de pois de printemps a-t-il été impacté par la sécheresse ? Justifier.

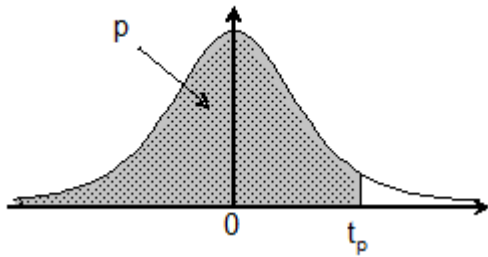
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de

Valeurs de t_p telles que $Prob(T \leq t_p) = p$



$k \backslash p$	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07