REMPLACEMENT 2026
Antilles - Guyane - Polynésie

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE

TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Le sujet comporte 9 pages.

Des extraits des tables de la loi normale, de Student et du Khi2 sont fournis en fin de sujet.

SUJET

Dans tout le sujet, les échantillons considérés sont assimilés à des échantillons aléatoires simples avec remise.

Pendant un an, les scientifiques de l'Ifremer ont testé les effets couplés des hausses de température, de l'acidification et de la pollution par les plastiques sur l'huître plate, une espèce native des côtes européennes et actuellement en fort déclin.
Ce sujet s'intéresse à l'analyse des résultats préliminaires de ce projet, baptisé *MicroCO2sme*.

EXERCICE 1 (5 points)

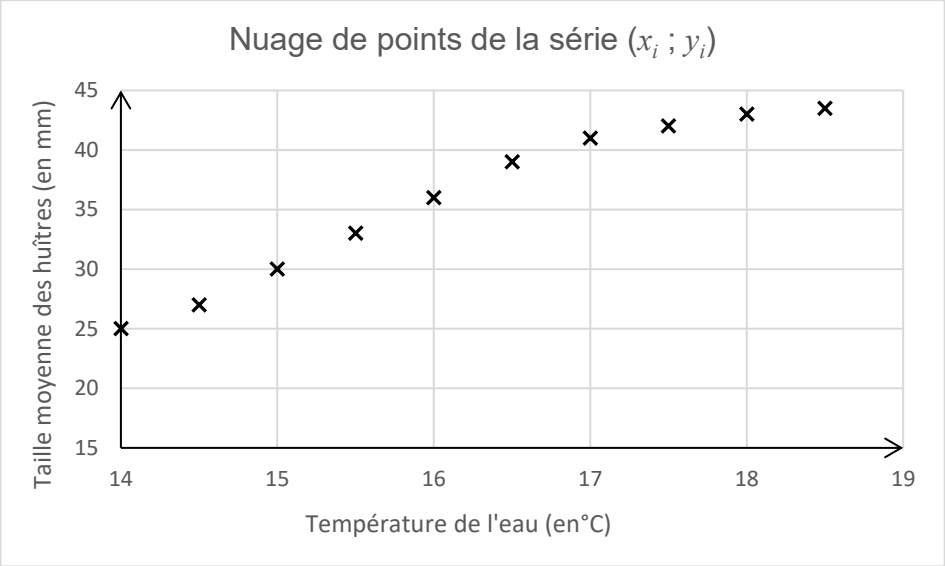
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Pendant un an, les scientifiques ont mesuré la taille des huîtres plates dans des bassins expérimentaux de différentes températures.
L'objectif de cette étude est d'estimer la taille moyenne des huîtres en fonction de la température de l'eau.
On désigne par X la variable statistique prenant pour valeur la température de l'eau, exprimée en degré Celsius ($°C$) et Y la variable statistique prenant pour valeur la taille moyenne d'une huître plate, exprimée en millimètres (mm).
Des lots d'huîtres plates, de mêmes effectifs, ont été placés dans des bassins à des températures différentes.

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Température de l'eau x_i (en °C)	14	14,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5	18	18,5
Taille moyenne des huîtres y_i (en mm)	25	27	30	33	36	39	41	42	43	43,5

Le nuage de points de la série statistique $(x_i\,;y_i)$ est représenté ci-dessous :



Partie A

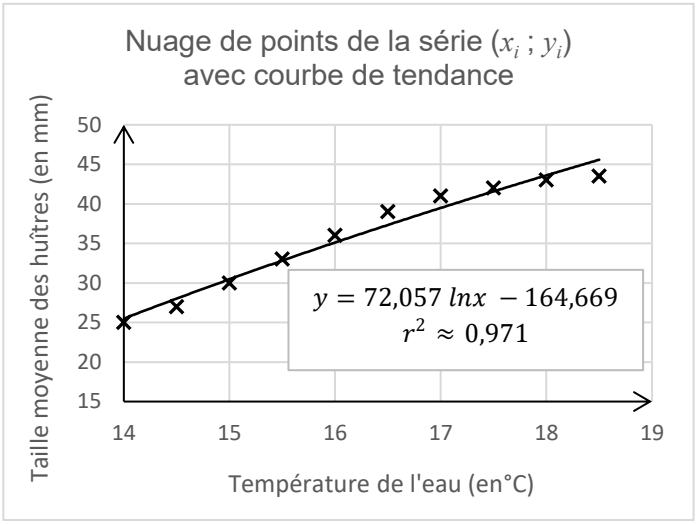
Modèle 1 : Modèle affine

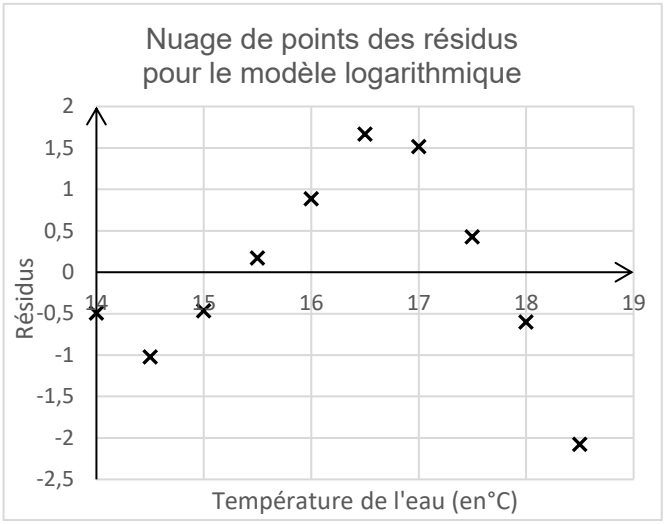
1. Déterminer le coefficient de détermination de la série $(x_i; y_i)$.
2. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.
3. Les résidus e_i de la régression sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où $\hat{y}_i$ est une estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression.
   a. Déterminer les résidus de cet ajustement.
   b. Représenter graphiquement ces résidus.

Partie B

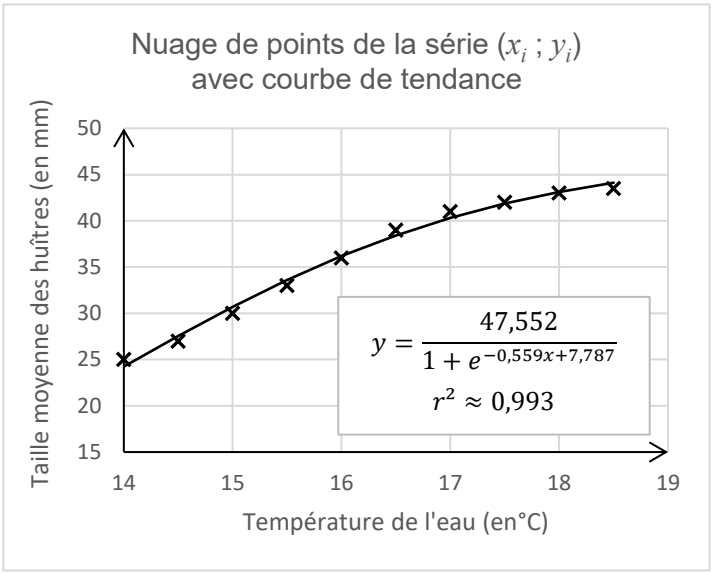
On définit deux nouveaux modèles. Les représentations graphiques associées (courbe de tendance et nuage des résidus) sont données ci-dessous :

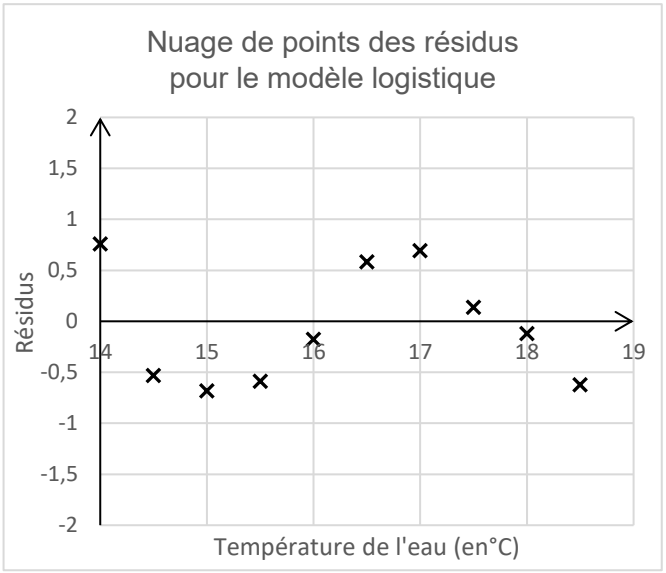
Modèle 2 : Modèle logarithmique





Modèle 3 : Modèle logistique





1. À l'aide de l'analyse de ces graphiques et de la **partie A**, choisir l'ajustement le plus adapté. Justifier ce choix à l'aide de deux arguments au minimum.
2. À l'aide du modèle choisi à la question précédente, déterminer une estimation de la taille moyenne d'une huître plate pour une eau à 16,7 $°C$.

EXERCICE 2 (5 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

Lors de l'expérience *MicroCO2sme*, les scientifiques ont mesuré la taille (en cm) des huîtres plates après 3 mois d'exposition à des conditions simulant le changement climatique.

Les mesures des tailles obtenues sur un échantillon aléatoire simple de 100 huîtres plates sont présentées dans le tableau ci-dessous :

Taille des huîtres (en cm)	$[2\,;3[$	$[3\,;4[$	$[4\,;5\,[$	$[5\,;6[$	$[6\,;7[$	$[7\,;8[$
Effectifs	8	20	28	24	12	8

On admet que la taille d'une huître plate sélectionnée au hasard est une variable aléatoire X distribuée selon une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.

On souhaite obtenir une estimation de la taille moyenne des huîtres plates dans les conditions de changement climatique simulées par cette expérience.

1. Calculer la moyenne et l'écart type de l'échantillon.
2. Déterminer une estimation ponctuelle de μ.
3.
   a. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de μ au niveau de confiance 0,95.
   b. Interpréter cet intervalle dans le contexte de l'exercice.

4. Actuellement, la taille moyenne des huîtres plates dans la région de cette étude est estimée à 6,3 centimètres.
   Commenter le résultat de la question 3.b. en prenant en compte cette donnée.

EXERCICE 3 (5 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

Les chercheurs de l'étude souhaitent déterminer si le type de stress environnemental a un effet significatif sur la période de ponte. Pour cela, 80 huîtres plates ont été sélectionnées au hasard puis réparties équitablement en quatre groupes de 20 huîtres. Chaque groupe a été soumis à l'un des quatre types de stress environnemental suivants :

- Un stress cumulatif (changement climatique et pollution plastique).
- Un stress lié uniquement au changement climatique (hausse de température et acidification).
- Un stress lié uniquement à la pollution plastique.
- Aucun stress (conditions normales).

Les résultats observés pour les 80 huîtres sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Période de ponte / Type de stress	Anticipée	Normale
Stress cumulatif	12	8
Changement climatique seul	10	10
Pollution plastique seule	8	12
Aucun stress	6	14

A l'aide d'un test statistique, déterminer, au seuil de risque 0,05, si la période de ponte de l'huître plate dépend du type de stress environnemental auquel elle est soumise.

EXERCICE 4 (5 points)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-3} près.

Lors de l'expérimentation *MicroCO2sme*, les chercheurs s'intéressent à la libération des larves par les huîtres plates adultes dans deux types de bassins. Dans un bassin maintenu dans des conditions environnementales normales, 80 % des huîtres libèrent des larves. Dans un autre bassin, soumis à un stress simulé (réchauffement, acidification et présence de microplastiques), cette proportion est de 60 %.

Pour comparer ces deux situations, on prélève dans chaque bassin un échantillon de 10 huîtres, choisi de manière aléatoire et indépendante. Ces prélèvements sont assimilés à des tirages avec remise.

On note X_1 la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 10 huîtres prélevées dans le bassin en conditions normales, associe le nombre d'huîtres ayant libéré des larves.

On note X_2 la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 10 huîtres prélevées dans le bassin en conditions de stress, associe le nombre d'huîtres ayant libéré des larves.

On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire X_1 est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}8$.

1. Justifier que la loi de probabilité de la variable aléatoire X_2 est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}6$.

2. Calculer la probabilité d'obtenir au moins 8 huîtres plates ayant libéré des larves dans l'échantillon de 10 huîtres prélevé dans le bassin aux conditions normales.

3.

a. Calculer $p(X_2 \geq 6)$.

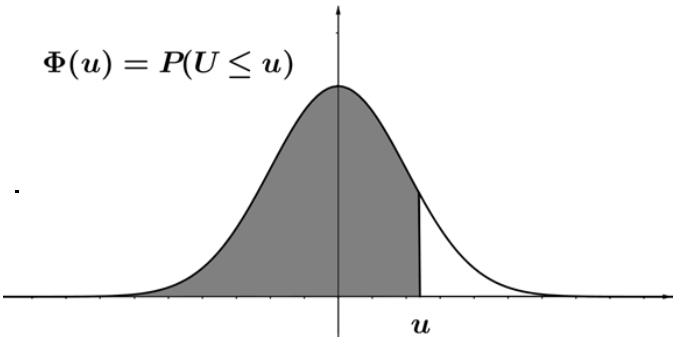
b. Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

4.

a. Vérifier que $E(X_1) = 8$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

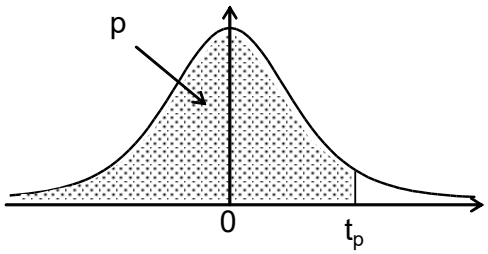
b. Quelle doit être la taille d'un échantillon prélevé dans le bassin soumis au stress pour que le nombre moyen d'huîtres ayant libéré des larves soit égal à 8 ?

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

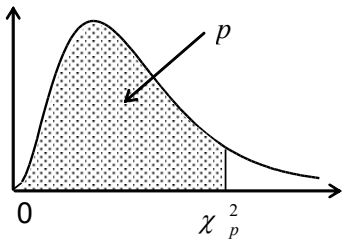
Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.
Valeurs t_p telles que Prob($T \leq t_p$) = p



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Fonction de répartition d'une variable du Khi2 à k degrés de liberté

Valeurs χ^2_p telles que $\text{Prob}(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17